



Revista AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales:
Investigación, desarrollo y práctica

Volúmen 1, número 3, año 2007 ISSN 0718-378X
PP

MODELOS DE CÁLCULO DA EFICIÊNCIA INICIAL DO COLETOR PARA FLUXO ASCENDENTE NA FILTRAÇÃO EM MEIOS POROSOS SATURADOS

Initial efficiency collector models for the up flow filtration in a saturated porous media

Alexandre Botari
Angela Di Bernardo Dantas
Luiz Di Bernardo

ABSTRACT

The use of a mathematical model allows to obtain conditions for the prediction, operation and control the filtration process, which drives to the improvement of the process in a saturated porous media. The mathematical models describe the filtration process through the mechanisms of particles removal which take place in the medium filter. This work proposes the mathematical modeling based on the models for initial efficiency collector for up flow filtration in a saturated porous media. The existing models for the determination of the initial efficiency collector were conceived for down flow filtration and this work proposes its adaptation for the application to the up flow direct filtration in granular sand material. It takes into account the contribution of the gravitational factor in the efficiency portion for gravity settling in the proposed models for the initial efficiency collector. For the conception proposal in this work, a bench scale setup was utilized for the up flow direct filtration experiments besides the use of computational tools for mathematical regression. For a comparative analysis and validation of the models proposed for up flow filtration values of existing models for initial efficiency collector (conceived for down flow) were used, as well as values obtained by experimental pilot plant for up flow direct filtration.

Key-words: mathematical model, filtration, down flow filtration, efficiency, up flow filtration.

II-Botari-Brasil-1

MODELOS DE CÁLCULO DA EFICIÊNCIA INICIAL DO COLETOR PARA FLUXO ASCENDENTE NA FILTRAÇÃO EM MEIOS POROSOS SATURADOS

Alexandre Botari*

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo

Angela Di Bernardo Dantas

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo

Luiz Di Bernardo

Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo



* Engenheiro Civil, Doutorando em Hidráulica e Saneamento na Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo (EESC-USP), Licenciando em Ciências Exatas com Ênfase em Matemática pelo Instituto de Física de São Carlos (IFSC-USP).

Endereço: Av. Trabalhador São-carlense, 400 - São Carlos – SP CEP: 13566-590 - Brasil - Tel: (016) 273-95 28 - e-mail: botari@sc.usp.br

RESUMO:

A utilização de um modelo matemático permite a obtenção de condições de previsão para a operação e controle que conduz à melhoria do processo de filtração em meios porosos saturados. Os modelos matemáticos descrevem o processo de filtração através dos mecanismos de remoção de partículas que ocorre no meio filtrante. Este trabalho propõe a modelação matemática baseada nos modelos de cálculo da eficiência inicial do coletor para fluxo ascendente na filtração em meios porosos saturados. Os modelos existentes de cálculo da eficiência inicial do coletor foram concebidos para fluxo descendente e este trabalho propõe sua adaptação para a aplicação à filtração direta ascendente em material granular de areia, considerando-se a contribuição do fator gravitacional na parcela de eficiência por sedimentação gravitacional na proposição dos modelos de eficiência inicial do coletor. Para a concepção proposta neste trabalho, fez uso de ensaios experimentais em escala de bancada para filtração direta ascendente e de ferramentas computacionais para regressão matemática. Para uma análise comparativa dos modelos propostos para fluxo ascendente foram obtidos valores de eficiência inicial do coletor para fluxo descendente, bem como valores obtidos por meio de ensaios experimentais em escala piloto para filtração direta ascendente.

Palavras-Chave: modelo matemático, filtração, fluxo descendente, eficiência, fluxo ascendente.

INTRODUÇÃO

Os modelos existentes de cálculo da eficiência inicial do coletor foram concebidos para fluxo descendente e este trabalho propõe sua adaptação para a aplicação à filtração direta ascendente em material granular de areia, considerando-se a contribuição gravitacional da parcela de eficiência por sedimentação na proposição dos modelos de eficiência inicial do coletor. Para a aplicação e análise dos modelos foram comparados valores experimentais obtidos em ensaios de filtração ascendente em escala de bancada.

A maioria dos modelos teóricos de filtração foi desenvolvida a partir do leito filtrante limpo. O meio filtrante pode ser considerado um conjunto de coletores em um volume de controle. Determina-se a eficiência de remoção de um único coletor para posteriormente adicionar-se a contribuição dos demais, assumindo-se uma estrutura celular para o inteiro meio filtrante. A remoção inicial propiciada por um único coletor é calculada assumindo-se o número total de coletores por unidade de volume (volume de controle) do meio filtrante para a posterior obtenção da eficiência global da filtração.

Para o cálculo da remoção dos coletores, faz-se necessário definir os seguintes elementos:

- Modelo geométrico para o coletor e para o conjunto de coletores e suas respectivas condições em relação ao fluido circundante.
- Forças atuantes na remoção de partículas.
- Solução da equação da trajetória ou de convecção-difusão.

Na abordagem microscópica do leito limpo, os grãos são vistos como uma associação de coletores e devem ser considerados dois elementos principais: a definição das forças atuantes na remoção das partículas e a solução da equação da trajetória ou da equação da difusão-convecção (TIEN, 1989).

No caso da solução pela equação da difusão-convecção, para partículas não-brownianas, é dada pela eq. (1) (TIEN, 1989):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{U} \times \text{grad}C = \text{div}(\vec{D} \cdot \text{grad}C + m_o C \text{grad}\Phi)$$

(1)

onde: m_o é a mobilidade da partícula ($s.Kg^{-1}$); Φ energia coloidal de interação (J); D o coeficiente de difusão ($m^2.s^{-1}$); C é a concentração de partículas na fase líquida ($Kg.m^{-1}$) e U é a velocidade do fluido ($m.s^{-1}$).

A resolução desta equação exige extensivos cálculos, e para uma abordagem mais prática, tem-se optado por uma simplificação da análise da trajetória através do uso de fórmulas de correlação entre a eficiência de remoção e números adimensionais que aparecem na formulação do balanço de massa para a determinação da eficiência inicial do coletor componente do meio filtrante.

Modelos de Eficiência Inicial do Coletor

Modelo Yao – Habibian Modificado ou Happel Modificado (YH)

O modelo de Yao-Habibian Modificado ou Happel Modificado (YH) introduz uma modificação no modelo concebido por Yao-Habibian, mantendo, entretanto, as demais características do modelo anterior. Esta modificação consiste na incorporação do parâmetro de Happel (A_s) não apenas na parcela difusiva, mas também na convectiva ou na parcela devida à interceptação presentes na equação da eficiência inicial do coletor. Neste caso, considera-se a influência da porosidade, também, na parcela convectiva, conforme eq. (2) (YAO et al., 1971) :

$$\eta = 4 A_s^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} A_s N_R^2 + N_G \quad (2)$$

É interessante ressaltar que este modelo mostrou-se apropriado não apenas para partículas menores que 1 micrômetro, como os modelos anteriores, mas também para partículas maiores (DHARMAPPA et al., 1992).

Modelo Lee-Gieske Modificado (LG)

O modelo de Lee-Gieske também é baseado em um modelo geométrico celular similar ao de Happel e assim como o modelo de Yao-Habibian Modificado ou Happel Modificado (YH), o modelo de Lee-Gieske Modificado recebeu a adoção de um fator de correção da velocidade nas colisões com o coletor.

Entretanto, o parâmetro ou fator de correção é incorporado ao cálculo da eficiência inicial do coletor (K_w), conforme Tabela 1.

Para o caso da formulação de Lee-Gieske Modificado, o parâmetro ou fator de correção de Lee-Gieske, também, influencia os termos difusivo e convectivo da equação do cálculo da eficiência inicial do coletor (DHARMAPPA et al., 1992):

$$\eta = 3,54 \left(\frac{f}{K_w} \right)^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} \frac{f \cdot N_R^2}{K_w (1 + N_R)^p} + N_G \quad (3)$$

Em sua formulação, foi introduzido outro parâmetro que considera a influência da porosidade na correção da velocidade nas colisões com o coletor, o parâmetro (p) - conforme Tabela 1.

Este parâmetro mostra que a influência da porosidade neste modelo não se restringe ao termo difusivo (movimento Browniano), mas também é incorporado na parcela convectiva por meio do parâmetro ou número de interceptação (N_R) – Tabela 1.

Este fato irá se repetir nos modelos de Rajagopalan – Tien (RT) e de Elimelech – Tufenkji (TE). Assim como para o caso da eq. (2), a formulação de Lee-Gieski Modificada também

serve para modelar o comportamento tanto de partículas maiores como para partículas menores que 1µm (DHARMAPPA et al., 1992).

Modelo Rajagopalan – Tien (RT)

Rajagopalan – Tien conceberam um modelo que, além de incluir os termos dos modelos já apresentados, interceptação, sedimentação e difusão, inclui os efeitos de redução no número de colisões acarretado pela resistência que um fluido incompressível provoca quando duas partículas colidem, chamado de efeito de “frenagem” ou retardo hidrodinâmico.

O modelo de Rajagopalan – Tien considera ainda os efeitos produzidos pelas forças de atração de London – van der Waals (LvdW ou DLVO), além das interações das cargas elétricas de superfície ou de dupla camada elétrica (DCE).

Este modelo constitui-se no mais utilizado modelo de eficiência inicial do coletor utilizado em filtração de água (TUFENKJI & ELIMELECH, 2004) (NELSON & GINN, 2005).

A regressão obtida por Rajagopalan – Tien é mostrada na eq. (6) (LOGAN et al., 1995):

$$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + A_S N_{Lo}^{1/8} N_R^{15/8} + 0,00338 A_S N_G^{1/2} N_R^{-2/5}$$

(4)

A velocidade do fluido utilizada na obtenção da eq. (4) foi a velocidade superficial. A eq. (4) apresenta um novo parâmetro ou adimensional, o número de London (N_{Lo}), que incorpora ao modelo a influência das forças atrativas de London – van der Waals e as forças de interação de superfície (DCE) – Tabela 1.

A obtenção da eq. (4) advém de extensivo esforço computacional empregado para encontrar uma solução que pudesse agregar todas as influências mencionadas em uma regressão que abrangesse uma razoável faixa de valores dos parâmetros representativos no cálculo da eficiência inicial do coletor (AMIRTARAJAH, 1988).

Este modelo para o cálculo da eficiência inicial do coletor têm sido utilizado por diversos autores, que a compararam com resultados experimentais e obtiveram bons resultados. O modelo (RT) também foi concebido com o arranjo geométrico de Happel para o coletor. É importante ressaltar que a equação de Rajagopalan – Tien só é válida para N_R (Tabela 1) cujos valores são inferiores a 0,18 (LOGAN et al., 1995).

Modelo Tufenkji-Elimelech (TE)

Elimelech e Tufenkji desenvolveram uma nova equação para o cálculo da eficiência inicial do coletor baseado na concepção geométrica de Happel.

Segundo o próprio autor, o modelo procurou incorporar de forma mais completa as interações hidrodinâmicas, as forças de van der Waals e as forças de interação das cargas elétricas de superfície (DCE) (TUFENKJI & ELIMELECH, 2004):

$$\eta = 2,4 A_S^{1/3} N_{Pe}^{-0,715} N_R^{-0,081} N_{vdW}^{-0,052} + 0,55 A_S N_A^{0,125} N_R^{1,675} + 0,22 N_G^{1,11} N_R^{-0,24} N_{vdW}^{0,053} \quad (5)$$

O modelo (TE) introduz dois novos adimensionais que incorporam a influência das forças atrativas de van der Waals e sua interação com a energia térmica da partícula – Número de van der Waals (N_{vdW}) – e as forças de van der Waals relacionadas com a velocidade do fluido na interceptação da partícula – Número de atração ou aderência (N_A), conforme Tabela 1.

Diferentemente do modelo (RT), o modelo (TE) não tem restrições para baixas velocidades de aproximação, ou no chamado regime Browniano, por considerar as interações hidrodinâmicas e de van der Waals neste regime.

A eficiência inicial do coletor desenvolvida por Tufenkji e Elimelech se aproxima em mais de 50% de diferença em relação ao modelo (RT) da solução numérica mais rigorosa da equação convectiva – difusiva (TUFENKJI & ELIMELECH, 2004).

Todos os modelos apresentados se constituem de três mecanismos de transporte que compõem o cálculo da eficiência inicial do coletor – $\eta = \eta_D + \eta_I + \eta_G$: eficiência por transporte difusivo (η_D), eficiência do transporte por interceptação (η_I) e eficiência do transporte por sedimentação gravitacional (η_G).

Embora se tenha preconizado sua utilização também para a filtração ascendente, os modelos para o cálculo da eficiência inicial do coletor na filtração descendente não podem ter sua aplicação generalizada para o caso de escoamento contrário (TIEN, 1989).

Experimentos com leitos filtrantes de areia na filtração em aerossol com partículas monodispersas de cerca de 1 μm em ambas as direções de escoamento, ascensional e descensional, mostraram uma diferença na eficiência de remoção das partículas. (THOMAS et al., 1971).

Segundo THOMAS et al. (1971), esta diferença se deve ao efeito gravitacional no sentido do escoamento. Para o caso da filtração ascendente o sentido do vetor aceleração gravitacional é contrário ao do vetor velocidade do fluido (fluido + partículas), ao passo que na filtração descensional ambos os vetores têm mesmo sentido.

O mecanismo de remoção de partículas que sofre alteração pela variação do sentido do escoamento, ou seja, pelo efeito gravitacional, é o mecanismo de remoção pela sedimentação ou sedimentação gravitacional.

A penetração mais aprofundada da partícula para o caso do escoamento ascensional explica a variação da eficiência global de remoção de partículas na filtração (THOMAS et al., 1971). Outros autores também propuseram concepções para o cálculo da eficiência inicial do coletor para a filtração ascendente. Estas concepções e a proposta por este trabalho serão apresentadas abaixo.

A Tabela 1 apresenta a interpretação física e a definição matemática dos adimensionais utilizados nos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor elencados neste trabalho.

Tabela 1: Interpretação física e definição matemática dos adimensionais.

Interpretação Física	Adimensional	Definição Matemática
Número de Stokes relacionado à velocidade de sedimentação em relação à velocidade do fluido.	N_G : Número Gravitacional	$N_G = \frac{d_p^2(\rho_p - \rho_f)g}{18\mu U}$
Interação entre a força de London e de van der Waals e a velocidade do fluido na deposição da partícula.	N_{Lo} : Número de London	$N_{Lo} = \frac{4H}{(9\pi d_p^2 \mu U)}$
Representa a combinação entre a influência da força de atração de van der Waals, a força de London e a velocidade do fluido na deposição da partícula.	N_A : Número de atração ou de adesão	$N_A = \frac{H}{(3\pi d_p^2 \mu U)}$
Caracteriza a taxa de energia de interação de van der Waals e a energia térmica da partícula.	N_{vdW} : Número de van der Waals	$N_{vdW} = \frac{H}{kT}$
Parâmetro dependente da porosidade no modelo de Happel	A_s : Parâmetro de Happel	$A_s = \frac{2(1-\gamma^5)}{2-3\gamma+3\gamma^5-2\gamma^6} \text{ onde } \gamma = \sqrt[3]{(1-f)}$
Parâmetros dependentes da porosidade no modelo de Lee-Gieske na correção da velocidade superficial.	K_W e p : Parâmetros de Lee-Gieske	$K_W = 1 - 1,8\alpha^{1/3} + \alpha - 0,2\alpha^2$ onde $p = \frac{(1+2\alpha)}{3-3\alpha}$ e $\alpha = 1-f$
Relação de tamanhos	N_R : Número de interceptação	$N_R = \frac{d_p}{d_c}$
Define a relação entre as forças inerciais e as viscosas.	N_{Re} : Número de Reynolds	$N_{Re} = \frac{\rho U d_c}{\mu}$
Relação entre o transporte convectivo e o difusivo	N_{Pe} : Número de Peclet	$N_{Pe} = \frac{U d_c}{D} \text{ onde } D = \frac{kT}{(3\pi \mu d_p)}$

Os parâmetros dos adimensionais são: d_p é o diâmetro da partícula; d_c é o diâmetro do coletor; ρ_p é a densidade da partícula; ρ_f é a densidade do fluido; g é a aceleração da gravidade; μ é a viscosidade cinemática do fluido que para $T = 298 K$ é de $0,894$; U é a velocidade de aproximação do fluido; H é a constante de Hamaker que está entre $3 \cdot 10^{-21}$ e $4 \cdot 10^{-20} J$ para a temperatura de $298 K$; k é a constante de Boltzmann que é de $1,3805 \cdot 10^{-23} J/K$ e T é a temperatura absoluta em Kelvin [K]; f é a porosidade do meio filtrante e D é o coeficiente de difusividade da equação de Stokes-Einstein.

Concepção de Gebhart et al. (1973)

GEBHART et al (1973) demonstrou a diferenciação existente entre a sedimentação gravitacional em um escoamento ascendente e descendente, em termos do comportamento hidrodinâmico da partícula frente às linhas de corrente ou de fluxo.

Segundo GEBHART et al. (1973), há a seguinte relação, conforme as expressões mostradas nas eq. (6) e (7):

$$\frac{C \downarrow}{C_0} = \exp - \left(k + a \frac{V_s^b}{U^c} \right) L$$

(6)

$$\frac{C \uparrow}{C_0} = \exp - \left(k - a \frac{V_s^b}{U^c} \right) L$$

(7)

onde: C e C_0 são a concentração e a concentração inicial de partículas na filtração, respectivamente; k representa a soma de todos os demais mecanismos de eficiência de remoção que não dependem do sentido do escoamento; V_s é a velocidade de sedimentação; U é a velocidade do fluido; L é a altura ou profundidade da camada ou filtro e a é um fator empírico, ao passo que b e c são expoentes empíricos.

Ou seja, para as duas direções têm-se:

$$\frac{C \uparrow}{C \downarrow} = \exp 2 a \frac{V_s^b}{U^c} L$$

(8)

Ou ainda na forma de logaritmo neperiano:

$$\ln \left(\frac{C \uparrow}{C \downarrow} \right) = 2 a V_s^b \left(\frac{1}{U} \right)^c L$$

(9)

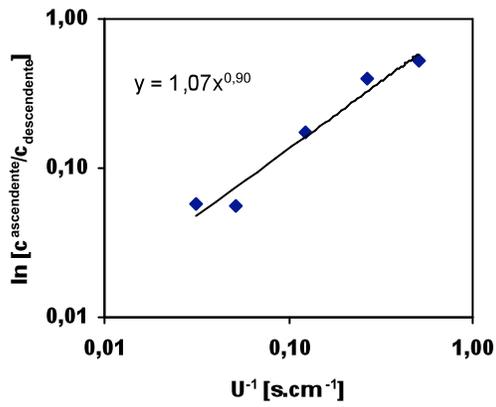
GEBHART et al. (1973) construíram dois gráficos em escala bilogarítmica, para V_s e $1/U$, e obtiveram os seguintes valores dos coeficientes angulares das retas: $b = 0,69$ e $c = 0,90$. O valor de a pode ser obtido da soma das constantes d_1 e d_2 das equações de linearização (10) e (11), respectivamente, conforme Figuras 1a e 1b:

$$\lg \left\langle \ln \left(\frac{C \uparrow}{C \downarrow} \right) \right\rangle = b \lg V_s + d_1$$

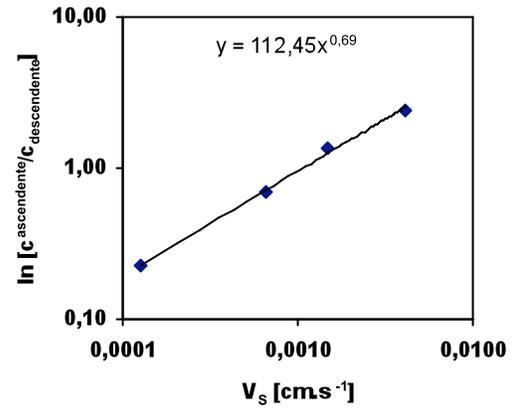
(10)

$$\lg \left\langle \ln \left(\frac{C \uparrow}{C \downarrow} \right) \right\rangle = c \lg \left(\frac{1}{U} \right) + d_2$$

(11)



(a)



(b)

Figura 1: Gráficos de regressão para a obtenção do coeficiente a do modelo de GEBHART

Fonte: Adaptado de GEBHART et al. (1973).

Ou seja, pode-se obter o valor de a partir da relação da equação (12):

$$\log(2 a L) = d_1 + d_2 \quad (12)$$

Os coeficientes lineares das retas dos gráficos das Figuras 2a e 2b, d_1 e d_2 da eq. (12), podem ser obtidos pelas equações de regressão nelas apresentadas. As Figuras foram reproduzidas a partir dos dados de GEBHART et al. (1973).

O valor de L utilizado por GEBHART et al. (1973) foi de 41 cm, o que conduz a um valor de a , de aproximadamente 0,02. A eficiência de remoção relativa à sedimentação gravitacional resultante será, conforme arranjo da eq. (13):

$$\eta_G = -0,02 \frac{V_s^{0,69}}{U^{0,9}} \quad (13)$$

Concepção de Paretzky et al. (1971)

PARETSKY et al. (1971) também realizaram experimentos com filtração em aerossol em escoamentos de sentidos opostos verticalmente, bem como para filtração horizontal em filtro de areia. Considerando os mecanismos de remoção pela difusão, sedimentação gravitacional, interceptação e impacto inercial na filtração.

PARETSKY et al. (1971) concluíram que a eficiência devida à sedimentação gravitacional para baixas velocidades (menores que $0,01 \text{ m.s}^{-1}$) é independente da granulometria do filtro, embora não tenha verificado a influência da variação do tamanho da partícula (partículas de $1,1 \mu\text{m}$ de poliestireno).

THOMAS et al. (1971) descreveu as equações que consideram o sentido do escoamento no cálculo da eficiência de remoção pela sedimentação gravitacional:

$$\eta_G \downarrow = (1 + N_R) G \quad (14)$$

$$\eta_G \uparrow = -(1 + N_R) G \quad (15)$$

onde: $\eta_G \uparrow$ e $\eta_G \downarrow$ são a eficiência do coletor relativa à sedimentação gravitacional para escoamento ascendente e descendente, respectivamente; N_R é o número de interceptação ou relação de tamanhos (d_p/d_c) e G é a relação entre a velocidade de sedimentação da partícula (V_s) e a velocidade superficial ou velocidade de filtração (U): (V_s/U).

Portanto a eficiência total de remoção da particular será, para filtração ascendente e descendente, respectivamente:

$$\eta \uparrow = \eta^* + \eta_G \uparrow$$

(16)

$$\eta \downarrow = \eta^* + \eta_G \downarrow$$

(17)

onde: η é a eficiência total remoção de partículas pelo coletor e η^* é a eficiência de remoção de partículas devido a todos os demais mecanismos de remoção, excetuando-se a sedimentação gravitacional.

A relação obtida pelas eq. (14) à (17), demonstra claramente que se pode obter o efeito gravitacional da eficiência de remoção pelo mecanismo de sedimentação gravitacional pela comparação entre as eficiências totais de filtração de experimentos semelhantes com escoamento de sentidos opostos (ascendente e descendente):

$$\eta \downarrow - \quad \quad \quad \eta \uparrow = \quad \quad \quad 2\eta_G \downarrow \quad (18)$$

PARETSKY et al. (1971) apresentaram as seguintes equações para a eficiência de remoção de partículas para escoamento ascendente e descendente:

$$\eta_G \uparrow = 0,0375 N_G^{1/2} \quad (19)$$

$$\eta_G \downarrow = \eta_G \uparrow + 0,21 N_G^{0,78} \quad (20)$$

É interessante ressaltar, entretanto, que TIEN (1989) comenta que não há, na prática, muita diferença entre as correlações observadas nas equações (19) e (20).

Concepção Desta Proposta

Tanto para o modelo de Yao – Habibian quanto para o modelo de Lee-Gieske, a eficiência inicial do coletor é uma função dos adimensionais: número de Peclet (N_{Pe}), número de interceptação (N_R) e o número gravitacional (N_G). A diferença é que o primeiro utiliza a relação de Happel (A_S) para o parâmetro de porosidade ao passo que o segundo utiliza os parâmetros de Lee-Gieske (K_W e p).

Para Rajagopalan e Tien o modelo para o cálculo da eficiência inicial do coletor é função dos adimensionais apresentados na eq. (21), ao passo que para TUFENKJI & ELIMELECH (2004) o modelo para o cálculo da eficiência inicial do coletor é função dos adimensionais apresentados na eq. (22), ambos na forma $\eta = \eta_D + \eta_I + \eta_G$ (DARBY et al., 1992):

$$\eta = F(A_S, N_{Pe}, N_{Lo}, N_R, N_G) \quad (21)$$

$$\eta = F(A_S, N_{Pe}, N_R, N_{vdW}, N_A, N_G) \quad (22)$$

A Tabela 2 mostra modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor para escoamento descendente a serem adaptados para escoamento ascendente, utilizados nesta proposta e que se constituem de três componentes, a saber: difusão (η_D), interceptação (η_I) e sedimentação gravitacional (η_G) $\Rightarrow (\eta = \eta_D + \eta_I + \eta_G)$.

A parcela da eficiência relativa à sedimentação gravitacional η_G é que sofre alteração em razão do sentido do escoamento, seja ascendente ou descendente. Pode-se observar que as equações, elencadas na Tabela 2, apresentam os coeficientes a_n , b_n ($n = 1, 2, \text{ e } 3$), c_n ($n = 1 \text{ e } 2$) e d_n ($n = 3$) na parcela da eficiência relativa à eficiência por sedimentação gravitacional (η_G).

Tabela 2: Quadro resumo dos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor para escoamento descendente a serem adaptados para escoamento ascendente.

Modelo	Equação da eficiência
Yao-Habibian Modificado (YH)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} A_S N_R^2 + a_1 N_G^{b_1}$
Lee-Gieske Modificado (LG)	$\eta = 3,54 \left(\frac{f}{K_w} \right)^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} \frac{f \cdot N_R^2}{K_w (1 + N_R)^p} + a_1 N_G^{b_1}$
Rajagopalan e Tien (RT)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + A_S N_{Lo}^{1/8} N_R^{15/8} + a_2 A_S N_G^{b_2} N_R^{c_2}$
Tufenkji e Elimelech (TE)	$\eta = 2,4 A_S^{1/3} N_{Pe}^{-0,715} N_R^{-0,081} N_{vdW}^{-0,052} + 0,55 A_S N_A^{0,125} N_R^{1,675} + a_3 N_G^{b_3} N_R^{c_3} N_{vdW}^{d_3}$

Propostas de Cálculo da Eficiência Inicial do Coletor na Filtração Ascendente

O mecanismo de remoção de partículas que sofre alteração pela variação na direção do fluxo, ou seja, pelo efeito gravitacional, é o mecanismo de remoção pela sedimentação ou sedimentação gravitacional. A penetração mais aprofundada da partícula para o caso do fluxo ascensional explica a variação da eficiência global de remoção de partículas na filtração (THOMAS et al., 1971).

Pela aplicação das equações de filtração (23), obteve-se os valores de $(\eta_0 \alpha_0)_{\text{Descendente}}$ e $(\eta_0 \alpha_0)_{\text{Ascendente}}$ dos dados experimentais, e posteriormente o valor do coeficiente de adesão entre partícula e coletor (α_0):

$$(\eta_0 \alpha_0)_{\text{Descendente}} = -\frac{2}{3} \left[\frac{1}{(1-f_0)} \right] \frac{d_c}{L} \ln \left(\frac{C}{C_0} \right)_{t=0} \quad \text{e} \quad (\eta_0 \alpha_0)_{\text{Ascendente}} = -\frac{2}{3} \left[\frac{1}{(1-f_0)} \right] \frac{d_c}{L} \ln \left(\frac{C}{C_0} \right)_{t=0} \quad (23)$$

Deve-se notar que para ambas as equações, o coeficiente de adesão entre partícula e coletor (α_0) tem mesmo valor. Este parâmetro é obtido empiricamente e tem um caráter probabilístico em virtude da complexidade das características químicas que afetam a adesão da partícula ao coletor. O coeficiente de adesão entre partícula e coletor (α_0) é considerado como sendo (DARBY et al., 1992):

$$\alpha_0 = \frac{\text{taxa de partículas que aderem ao coletor}}{\text{taxa de partículas que se chocam com o coletor}} \quad (24)$$

Ao passo que a eficiência do coletor (η) é uma característica de transporte e que fundamentalmente depende de características da suspensão, do meio filtrante e das condições operacionais, particularmente das condições hidrodinâmicas. A eficiência do coletor (η) também tem caráter probabilístico e é considerado como sendo (DARBY et al., 1992):

$$\eta = \frac{\text{taxa de partículas que se chocam com os coletores}}{\text{taxa de partículas que se aproximam do coletores}}$$

(25)

Considerando-se que apenas a parcela devida ao fator gravitacional é responsável pela diferenciação do valor da eficiência inicial do coletor para a filtração ascendente e descendente, pode-se isolar α_0 de $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Descendente}}$ e objetivar uma convergência para o mínimo valor do somatório dos módulos da diferença entre $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Calculado}}$ e $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Experimental}}$ para fluxo ascendente com base na variação dos valores dos coeficientes das equações (Tabela 2) – para a parcela da eficiência global relativa à eficiência por sedimentação gravitacional (η_G).

MATERIAIS E MÉTODOS

Os ensaios foram realizados em instalação de laboratório (de bancada), e objetivaram comparar a remoção de partículas na filtração direta ascendente e descendente, conforme dados apresentados nos esquemas das Figuras 2 e 3 e na Tabela 3. Estes dados foram utilizados na obtenção dos modelos de eficiência inicial do coletor. Na Tabela 3 são apresentadas as principais características dos ensaios realizados (DI BERNARDO, 2002).

Foram utilizadas esferas de vidro com diâmetro médio entre 430 e 600 μm como meio filtrante (massa específica = 2,5 g.cm⁻³). As partículas da água de estudo são de dois grupos: partículas hidrofóbicas de látex de poliestireno microesféricas com grupo sulfato (PGS) e partículas hidrofílicas látex poliestireno com um grupo carboxilato modificado (CML). Ambas as partículas com diâmetro médio de 2,9 μm (massa específica = 1,055 g.cm⁻³).

Em virtude das condições experimentais e do material do meio filtrante e das partículas da água de estudo (ambos são esferas manufaturadas), os dados constituem-se ideais para a proposição do modelo de eficiência inicial do coletor para escoamento ascendente.

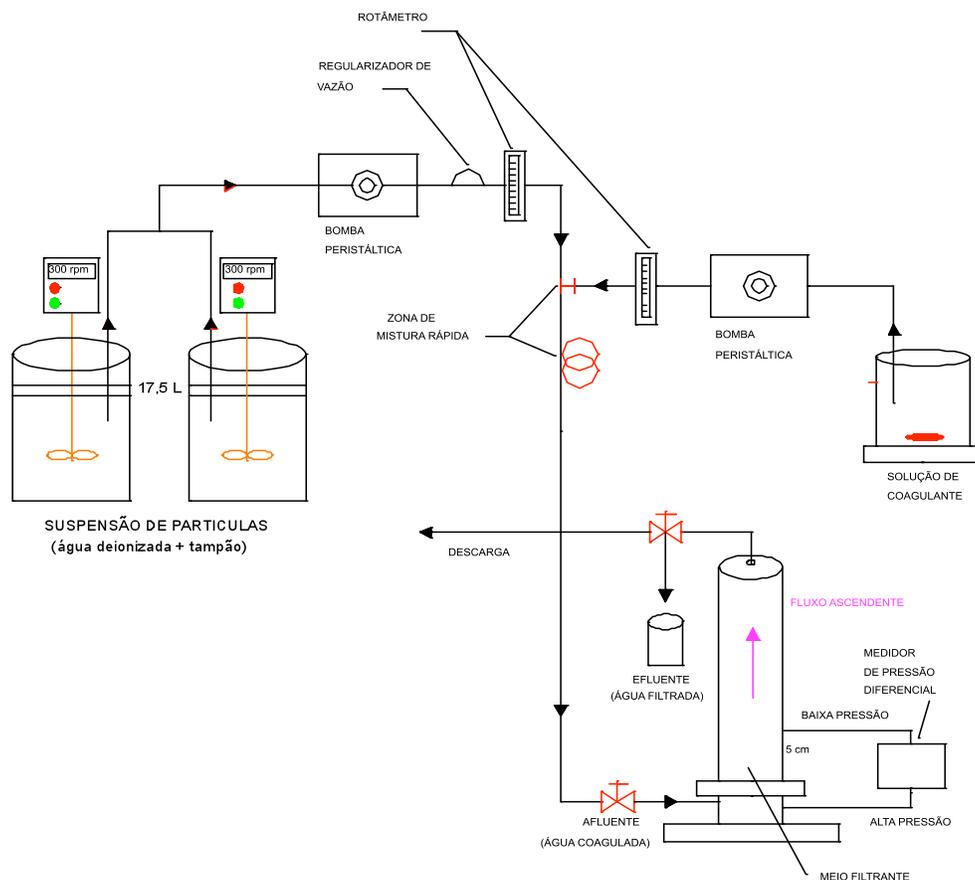


Figura 2: Esquema geral da instalação de filtração direta ascendente utilizada nos ensaios

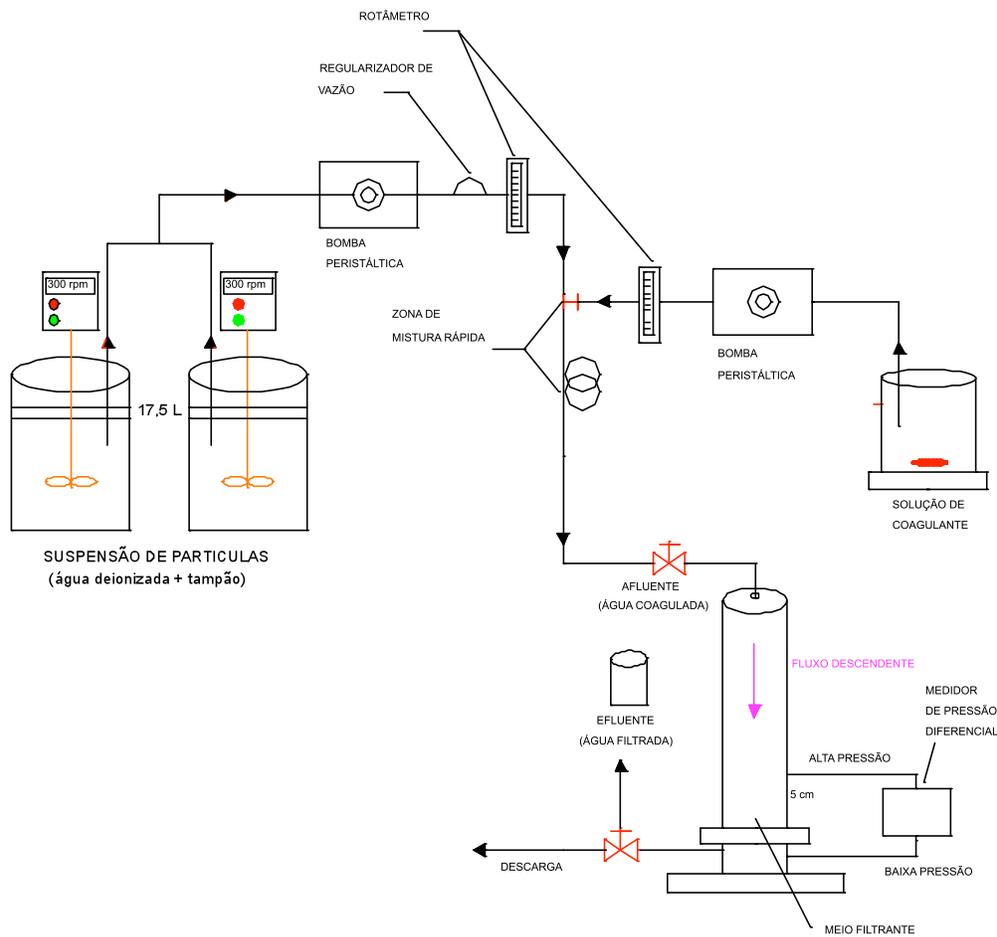


Figura 3: Esquema geral da instalação de filtração direta descendente utilizada nos ensaios

Tabela 3: Principais características dos ensaios utilizados para a obtenção dos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor para escoamento ascendente.

Ensaio	$\eta_0\alpha_0$	Partículas	Coagulante	Sentido do Escoamento	Concentração Total de Partículas (#/mL)	Meio filtrante (cm)	Taxa de filtração (m/h)
1	3,3214 E-03	Látex Sulfato	Cloreto de	Ascendente	4,50 E+5 (Turbidez: 12 uT)	5	
4	4,0980 E-03		Cálcio 5σ/I	Descendente	4,50 E+5 (Turbidez: 12 uT)		
7	1,3326 E-03		Sulfato de	Ascendente	1,40 E+6 (Turbidez: 40 uT)		
8	2,7065 E-03		Alumínio 1mg/L	Descendente	1,40 E+6 (Turbidez: 40 uT)		

9	1,6219 E-03	Látex Carboxilat o	Cloreto de	Ascendent e	4,50 E+5 (Turbidez: 12 uT)
10	2,2656 E-03	Modificad o (CML)	Cálcio 5g/L	Descendente	4,50 E+5 (Turbidez: 12 uT)

RESULTADOS

Os valores obtidos pela regressão da parcela da eficiência relativa à sedimentação gravitacional (η_G) dos quatro modelos de eficiência inicial do coletor propostos neste trabalho e adaptados para a filtração ascendente, foram obtidos por meio de uma pequena rotina implementada em *Excel*.

A rotina objetivava o quadrado da menor diferença entre os valores de $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Experimental}}$ e $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Calculado}}$, através de método iterativo de resolução de um sistema de equações não lineares pelo método de pesquisa dos gradientes conjugados, disponibilizado pela ferramenta *Solver* do programa de planilha eletrônica *Microsoft Excel* pertencente ao pacote *Microsoft Office*.

Restrições relacionadas com os parâmetros de velocidade de filtração (superficial) e diâmetro da partícula foram consideradas na obtenção da supracitada resolução. Estas restrições preconizam menor diferença entre os valores da eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) ascendente e descendente para baixos valores destes parâmetros e maiores diferenças para valores maiores destes mesmos parâmetros, conforme observações experimentais realizadas por GEBHART et al., (1973).

A Tabela 4 mostra os valores obtidos para regressão dos quatro modelos de eficiência inicial do coletor, adaptados para a filtração ascendente, ao passo que as Tabelas 5 e 6 mostram os mesmos modelos adaptados para as concepções obtidas por GEBHART et al. (1973) e PARETSKY et al. (1971).

A diferença entre os valores médios de $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Experimental}}$ e $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Calculado}}$ – calculados pelos modelos elencados nas Tabelas 4 – é da ordem de 33% em média, a saber: (YH) = 31%; (LG) = 32%; (RT) = 37% e (TE) = 32%. É interessante notar que a diferença entre os valores de $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Ascendente}}$ e $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Descendente}}$ apresentados na Tabela 3 também é da ordem de 33% em média.

O modelo (RT), que é o mais utilizado pela maioria dos pesquisadores da filtração, foi o que forneceu a maior redução na diferença entre os valores de $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Calculado}}$ e $(\eta_0\alpha_0)_{\text{Experimental}}$.

As regressões para todos os modelos preconizados pela concepção de GEBHART et al. (1973), mesmo para o caso dos modelos que consideram a parcela da eficiência advinda da sedimentação gravitacional (η_G) como sendo exclusivamente proporcional ao número gravitacional (N_G) – modelos de Yao-Habibian Modificado (YH) e Modelo de Lee-Gieske (LG) – apresentaram valores negativos (Tabela 5).

O mesmo não ocorre com os modelos recomendados pela concepção de PARETSKY et al. (1971) e por este autor, conforme Tabelas 4 e 6.

As Figuras 4, 5 e 6 mostram gráficos em bi-log das parcelas da eficiência advinda da sedimentação gravitacional (η_G) em função da variação do número gravitacional (N_G). Estas Figuras mostram o comportamento das equações para as três concepções para escoamento

ascendente elencadas nas Tabelas 4, 5 e 6 e os respectivos modelos originais para escoamento descendente – equações (2) a (5).

As letras “A” e “D”, que aparecem na legenda ao lado das abreviaturas dos modelos de eficiência inicial do coletor, se referem ao escoamento ascendente e descendente, respectivamente. Deve-se notar que os gráficos apresentam uma ampla faixa de valores para o número gravitacional (N_G). Valores que geralmente ocorrem na filtração de água em meios porosos.

Tabela 4: Quadro resumo dos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor adaptados para escoamento ascendente – Concepção deste trabalho

Modelo	Equação da eficiência
Yao-Habibian Modificado (YH)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} A_S N_R^2 + 0,36452 N_G^{0,930}$
Lee-Gieske Modificado (LG)	$\eta = 3,54 \left(\frac{1-f}{K_W} \right)^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} \frac{f \cdot N_R^2}{K_W (1+N_R)^p} + 0,36452 N_G^{0,930}$
Rajagopalan e Tien (RT)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + A_S N_{Lo}^{1/8} N_R^{15/8} + 0,00270 A_S N_G^{0,469} N_R^{-0,203}$
Tufenkji e Elimelech (TE)	$\eta = 2,4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-0,715} N_R^{-0,081} N_{vdW}^{-0,052} + 0,55A_S N_A^{0,125} N_R^{1,675} + 0,13044 N_G^{1,050} N_R^{-0,165} N_{vdW}^{0,129}$

Tabela 5: Quadro resumo dos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor para escoamento ascendente – Adaptado para a concepção de GEBHART et al. (1973)

Modelo	Equação da eficiência
Yao-Habibian Modificado (YH)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} A_S N_R^2 - 0,02 \frac{N_G^{0,69}}{U^{0,21}}$
Lee-Gieske Modificado (LG)	$\eta = 3,54 \left(\frac{1-f}{K_W} \right)^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} \frac{f \cdot N_R^2}{K_W (1+N_R)^p} - 0,02 \frac{N_G^{0,69}}{U^{0,21}}$
Rajagopalan e Tien (RT)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + A_S N_{Lo}^{1/8} N_R^{15/8} - 6,76 \cdot 10^{-5} A_S \frac{N_G^{0,345}}{U^{0,105}} N_R^{-2/5}$
Tufenkji e Elimelech (TE)	$\eta = 2,4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-0,715} N_R^{-0,081} N_{vdW}^{-0,052} + 0,55A_S N_A^{0,125} N_R^{1,675} - 4,4 \cdot 10^{-3} \frac{N_G^{0,766}}{U^{0,233}} N_R^{-0,24} N_{vdW}^{0,053}$

Tabela 6: Quadro resumo dos modelos para cálculo da eficiência inicial do coletor para escoamento ascendente – Adaptado para a concepção de PARETSKY et al. (1971)

Modelo	Equação da eficiência
Yao-Habibian Modificado (YH)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} A_S N_R^2 + 0,0375 N_G^{1/2}$
Lee-Gieske Modificado (LG)	$\eta = 3,54 \left(\frac{1-f}{K_W} \right)^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + \frac{3}{2} \frac{f \cdot N_R^2}{K_W (1+N_R)^p} + 0,0375 N_G^{1/2}$
Rajagopalan e Tien (RT)	$\eta = 4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-2/3} + A_S N_{Lo}^{1/8} N_R^{15/8} + 1,2675 \cdot 10^{-4} A_S N_G^{1/4} N_R^{-2/5}$
Tufenkji e Elimelech (TE)	$\eta = 2,4A_S^{1/3} N_{Pe}^{-0,715} N_R^{-0,081} N_{vdW}^{-0,052} + 0,55A_S N_A^{0,125} N_R^{1,675} + 0,00825 N_G^{0,555} N_R^{-0,24} N_{vdW}^{0,053}$

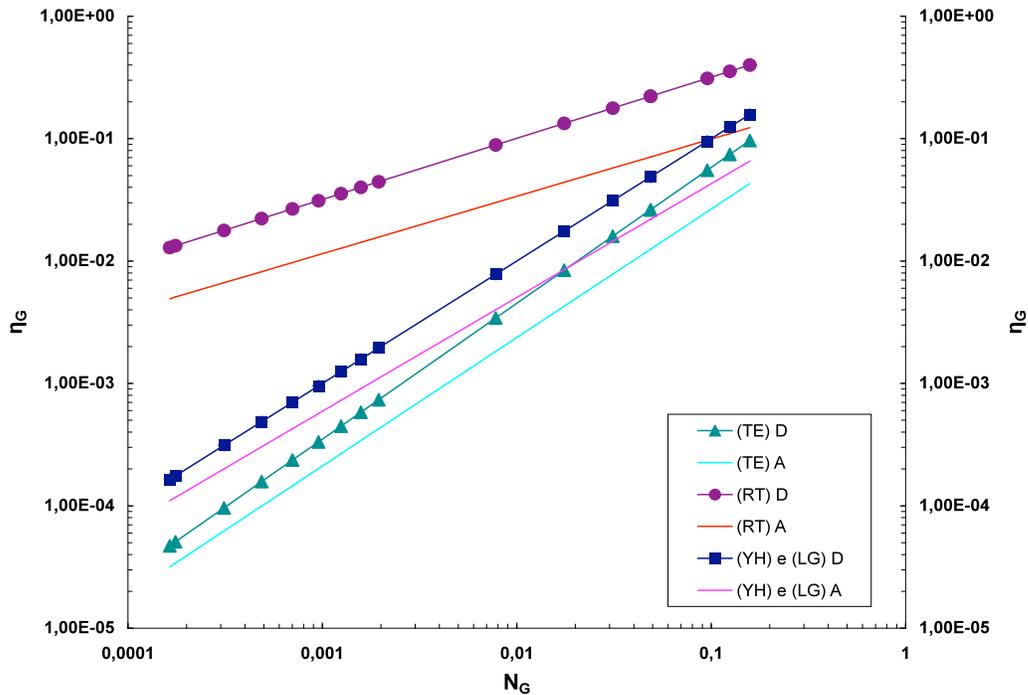


Figura 4: Eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) em função da variação do número gravitacional (N_G) para escoamento descendente e ascendente – Tabela 4.

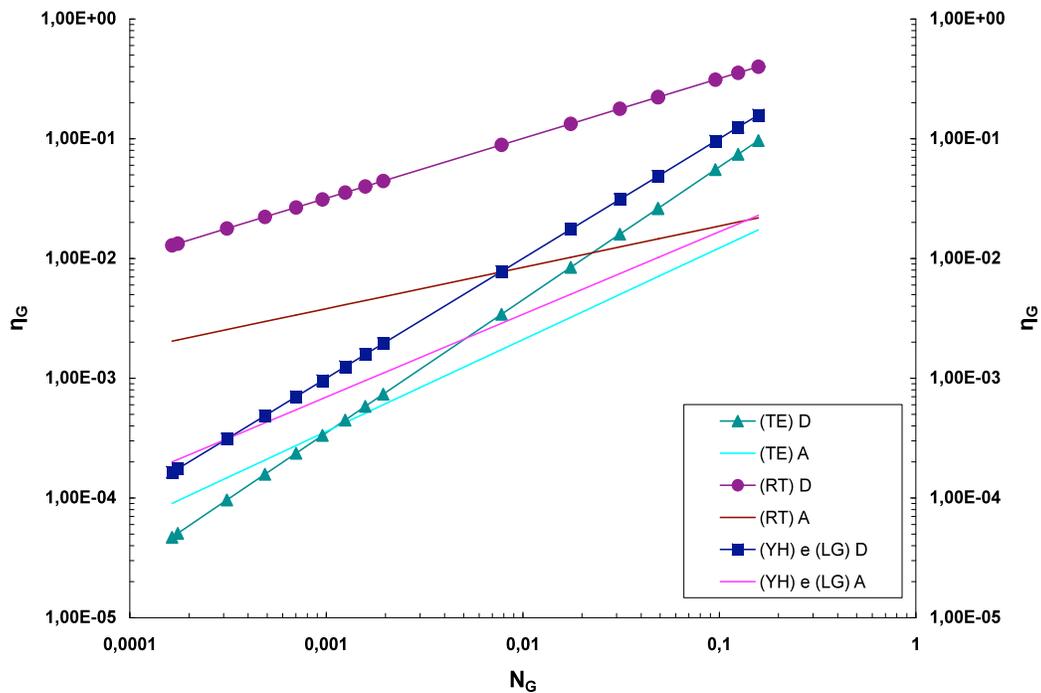


Figura 5: Eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) em função da variação do número gravitacional (N_G) para escoamento descendente e ascendente – Concepção de GEBHART et al. (1973) – Tabela 5.

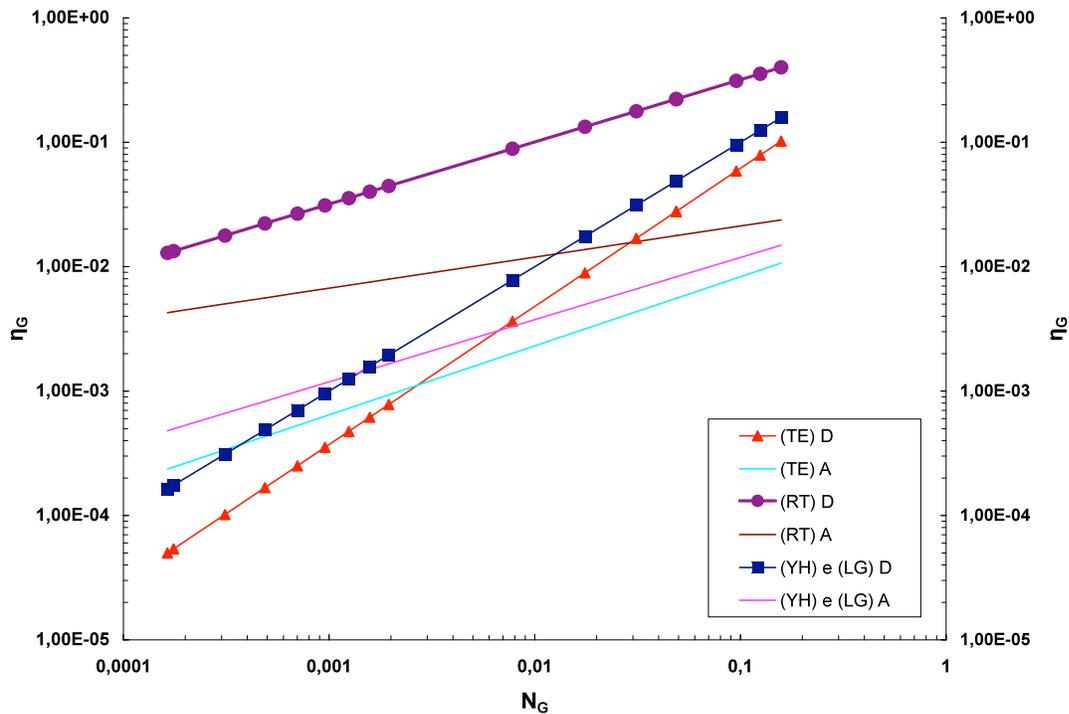


Figura 6: Eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) em função da variação do número gravitacional (N_G) para escoamento descendente e ascendente – Concepção de PARETSKY et al. (1971) – Tabela 6.

Observe que nos valores de eficiência por sedimentação gravitacional dos modelos de escoamento ascendente da Figura 4 não ocorrem valores inferiores aos valores de seus respectivos modelos para escoamento descendente, como ocorre nas concepções de GEBHART at al. (1973) e PARETSKY et al. (1971) – Figuras 5 e 6.

Entretanto, procurou-se preservar as características particulares, inerentes a cada modelo. Este cuidado pode ser observado pela pequena diferença entre os coeficientes angulares dos modelos descendentes e seus respectivos modelos ascendentes.

Todos os valores de eficiência por sedimentação gravitacional (η_G), dos modelos da concepção de GEBHART at al. (1973), que a preconizam como parcela negativa na eficiência total, foram considerados em módulo no gráfico da Figura 5.

Na Figura 6, o modelo (RT) na concepção de GEBHART at al. (1973) apresenta valores da eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) para escoamento ascendente bastante menores que seu respectivo modelo para escoamento descendente. Os demais modelos para escoamento ascendente, entretanto, apresentam valores ligeiramente menores e até mesmo maiores de eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) do que seus respectivos modelos para escoamento descendente.

Este fato ocorre também na concepção de PARETSKY et al. (1971) para os mesmos modelos. Em ambos os casos, em uma faixa de valores do número gravitacional (N_G) comumente encontrado em filtração de água em meios porosos.

Na Figura 6, o modelo (RT) apresenta menores valores de eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) para escoamento ascendente em relação ao escoamento descendente para toda a faixa de valores do número gravitacional (N_G). Entretanto, para os modelos (YH), (LG) e (TE) ocorre a inversão desta relação para valores do número gravitacional (N_G) menores que aproximadamente 0,003.

De forma geral pode-se observar que as três propostas de concepções de cálculo da eficiência inicial do coletor são baseadas no conceito da redução da influência da parcela de eficiência por sedimentação gravitacional (η_G) no cálculo da eficiência global para o caso da filtração de escoamento ascendente. Fato também observado nos valores de eficiência de remoção de partículas obtidos em experimentos de filtração.

A tabela 7 mostra o resumo de um exemplo de aplicação do cálculo da eficiência inicial do coletor conforme modelos elencados nas Tabelas 4 a 6: (YH), (LG), (RT) e (TE) para escoamento ascendente em comparação com os modelos para escoamento descendente, equações de (2) a (5), bem como os dados do meio poroso e as condições operacionais de um ensaio experimental em escala piloto para um leito filtrante de 5 cm em escoamento ascendente.

Tabela 7: Resumo dos dados do meio poroso, condições operacionais de um ensaio experimental e dos resultados de um exemplo de cálculo dos modelos de eficiência inicial do coletor.

Dados do Meio Poroso e Condições Operacionais				
Espessura da camada (L) = 0,14 m; $U = 16,67 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$; d_c (médio) = 1,3 mm; $d_p = 2,1 \text{ }\mu\text{m}$; $\rho_p = 2600,00 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $f = 0,39$; $\rho_f = 997,048 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $H = 4,7 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; $k = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; μ para $T_{298 \text{ K}} = 8,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$; $T = 298 \text{ K}$; $\alpha_0 = 1$.				
Valor médio de η_0 experimental da filtração de fluxo ascendente:				
$6,712 \cdot 10^{-3}$				
Valores de η_0 dos modelos concebidos para a filtração de fluxo descendente – equações de (2) a (5)				
:				
YH $1,930 \cdot 10^{-3}$	LG $1,920 \cdot 10^{-3}$	RT $7,071 \cdot 10^{-2}$	TE $1,159 \cdot 10^{-3}$	
Valores de η_0 dos modelos para a filtração de fluxo ascendente (Tabela 4) – Concepção proposta por este trabalho:				
YH $1,268 \cdot 10^{-3}$	LG $1,258 \cdot 10^{-3}$	RT $1,968 \cdot 10^{-2}$	TE $8,462 \cdot 10^{-4}$	
Porcentagem de redução em relação aos modelos para fluxo descendente (%)				
34,30	34,48	72,17	26,99	

Valores de η_0 dos modelos para a filtração de fluxo ascendente (Tabela 5 – Concepção proposta por Gebhart):

YH	LG	RT	TE
$7,717.10^{-5}$	$6,692.10^{-5}$	$(- 4,076.10^{-3})$	$4,466.10^{-5}$
Porcentagem de redução em relação aos modelos para fluxo descendente (%)			
96,00	96,51	–	96,15

Valores de η_0 dos modelos para a filtração de fluxo ascendente (Tabela 6 – Concepção proposta por Paretzky):

YH	LG	RT	TE
$1,856.10^{-3}$	$1,845.10^{-3}$	$1,362.10^{-2}$	$1,479.10^{-3}$
Porcentagem de redução em relação aos modelos para fluxo descendente (%)			
3,83	3,91	80,74	-27,61 (maior)

DISCUSSÕES E CONCLUSÃO

A Tabela 7 mostra que os valores do cálculo dos modelos de eficiência inicial do coletor para fluxo ascendente (Tabela 4) são, em média, cerca de 42% menores que os calculados pelos modelos para fluxo descendente— equações de (2) a (5). Deve-se atentar ao fato de que seu desvio padrão é de 17,7% do valor da média.

Os modelos para escoamento ascendente pela concepção de Gebhart (Tabela 5) são, em média, cerca de 95,9% menores que os modelos de eficiência inicial do coletor para fluxo descendente e seu desvio padrão é de apenas 0,21% do valor de sua média. Para este tamanho de partícula, este modelo não se coaduna com os valores dos dados experimentais obtidos neste trabalho, que é de cerca de 33% em média, menor que os valores para escoamento descendente.

Os modelos para escoamento ascendente pela concepção de Paretsky (Tabela 6) são, em média, cerca de 15,2% menores que os modelos de eficiência inicial do coletor para fluxo descendente e seu desvio padrão é de 40% do valor de sua média. Para este tamanho de partícula, este modelo também não se coaduna com os valores dos dados experimentais obtidos neste trabalho. O desvio padrão é bastante alto para este modelo mais do dobro da média.

Os modelos para escoamento ascendente pela concepção proposta por este trabalho (Tabela 4) são, em média, cerca de 14% menores que o valor experimental da eficiência inicial do coletor para fluxo ascendente, ao passo que a concepção de Gebhart (Tabela 5) foi de cerca de 99% e a concepção de Paretsky (Tabela 6) foi de cerca de 30%, em média, menores que o valor experimental da eficiência inicial do coletor para fluxo ascendente.

Pode-se concluir que, embora as duas outras concepções para os modelos de eficiência inicial do coletor (Gebhart e Paretsky) apresentadas neste trabalho também forneçam redução no valor da eficiência, a concepção proposta mostra-se uma opção coerente interessante para o cálculo do valor da eficiência inicial do coletor para escoamento ascendente.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES pela concessão da bolsa de estudo de doutorado e ao Departamento de Hidráulica e Saneamento (SHS) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMIRTHARAJAH, A. (1988). Some Theoretical and Conceptual Views of Filtration. *Journal AWWA*, v.80, n. 12, p.36– 5.
2. DARBY, J.L.; ATTANASIO, R.E.; LAWLER, D.F. (1992). Filtration of Heterodisperse Suspensions: Modeling of Particle Removal and Head Loss. *Water Research*, v.26, n.6, p.711-36.

3. DHARMAPPA, H.B.; VERINK, J.; FUJIWARA, O.; VIGNESWARAN, S. (1992). Optimization of Granular Bed Filtration Treating Polydispersed Suspension. *Water Research*, v.26, n.10, p. 1307-78.
4. DI BERNARDO, A. (2002) Comparação da Eficiência de Remoção de Partículas na Filtração Direta Ascendente e Descendente. XXVIII Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Cancun, 2002 *Anais*.
5. GEBHART, J.; ROTH, C.; STAHLHOFEN, W. (1973). Filtration Properties of Glass Bead Media for Aerosol Particles in the 0,1 – 2 μm Size Range. *Aerosol Science*, v.4, p.355-71.
6. LOGAN, B.E.; JEWETT, D.G.; ARNOLD, R.G.; BOUWER, E.J.; O'MELIA, C.R. (1995). Clarification of Clean-Bed Filtration Models. *Journal of Environmental Engineering*, p.869-73, Dec.
7. NELSON, K. E.; GINN, T. R. (2005). Colloid Filtration Theory and the Happel Sphere-in-Cell Model Revisited with Direct Numerical Simulation of Colloids. *Chemical Engineering Science*, v.36, p.1319-35.
8. PARETSKY, L.; THEODORE, L.; PFEFFER, R.; SQUIRES, A. M. (1971). Panel Bed for Simultaneous Removal of Fly Ash and Sulfur Dioxide: II. Filtration of Dilute Aerosols by Sand Beds. *Journal of the Air Pollution Control Association*, v.21, n.4, p.204-9.
9. THOMAS, J. W.; RIMBERG, D.; MILLER, T. J. (1971). Gravity Effect in Air Filtration. *Aerosol Science*, v.2, p.31-8.
10. TIEN, C.. A (1989) Mechanisms of Particle Deposition. *Granular Filtration of Aerosols and Hydrosols*, Butterworth Publishers – Series in Chemical Engineering. Chapter 4. pp.: 103-138.
11. TUFENKJI, N.; ELIMELECH, M. (2004). Correlation Equation for Predicting Single-Collector Efficiency in Physicochemical Filtration in Saturated Porous Media. *Environmental Science and Technology*, v. 38, n.2, p.529-36.
12. YAO, K.; HABIBIAN, M.T.; O'MELIA, C.R. (1971). Water and Waste Water Filtration: Concepts and Applications. *Environmental Science and Technology*, v.5, n.11, p.1105-112, Nov.