

REVISTA AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales:
Investigación, desarrollo y práctica.

DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA FUZZY PARA ESTUDAR INCERTEZAS NA PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA DE CHEIA, USANDO DADOS DO RIO POTENGI, RIO GRANDE DE NORTE – BRASIL, COMO ESTUDO DE CASO

*Raquel Jucá de Moraes Sales¹
Juliana Alencar Firmo de Araújo¹
Raimundo Oliveira de Souza²

*DEVELOPMENT OF A FUZZY METHODOLOGY TO STUDY
UNCERTAINTIES IN THE PROPAGATION OF A FLOOD
WAVE, USING DATA OF THE POTENGI RIVER, RIO
GRANDE DE NORTE- BRAZIL, AS STUDY OF CASE*

Recibido el 22 de enero de 2013; Aceptado el 26 de agosto de 2013

Abstract

This research analyzes the flood wave propagation, checking how it can be used to evaluate uncertainties from the mathematical models, and input data. In such way, a mathematical model was formulated based on the hydrodynamic equations, jointly with the fuzzy set theory. The model developed is capable to evaluate the behavior of the control variables, as membership functions. To find the solution of the partial differential equations contained in the model, the Finite Differences Method was used. In order to get the solution of the nonlinear algebraic equations system, the Newton-Raphson Iterative Method was applied. From the results it can be observed that the use of the fuzzy set theory, in the hydrodynamic models, can become a viable alternative to evaluate uncertainties and, with that, to determine the risk of flood occurrences, in areas susceptible to flood waves propagation.

Key words: Fuzzy Set Theory; Hydrodynamic Model; Flood wave control.

¹ Universidade Federal do Ceará, Brasil

² Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Campus do Pici, Centro de Tecnologia, Brasil

*Autor correspondiente: Universidade Federal do Ceará e bolsista do CNPq. Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará, Brasil. Email: raqueljuca@gmail.com

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo analisar a propagação de uma onda de cheia, verificando de que forma podem-se avaliar incertezas presentes nos modelos matemáticos, e conjuntos de dados empregados. Para tanto, formulou-se um modelo matemático baseado nas equações da hidrodinâmica, conjuntamente com a teoria fuzzy. O modelo desenvolvido no estudo é capaz de avaliar o comportamento das diferentes variáveis de controle, na forma de funções de pertinência. Para encontrar a solução das equações diferenciais parciais contidas no modelo, foi utilizado o Método das Diferenças Finitas, usando um esquema implícito. Para a solução do sistema de equações algébricas não lineares resultantes, utilizou-se o Método Iterativo de Newton–Raphson. A partir dos resultados se observa que o uso da teoria fuzzy, nos modelos hidrodinâmicos, pode se tornar uma alternativa viável para a avaliação de incertezas e, com isso, determinar o risco da ocorrência de inundações em regiões susceptíveis a propagação de ondas de cheias.

Palavras chave: Teoria Fuzzy; Modelo Hidrodinâmico; Controle de Ondas de Cheia.

Introdução

O crescente aumento da urbanização nas cidades, agregado a falta de planejamento, vem provocando diferentes impactos nos regime dos cursos de água, tais como: aumento da vazão máxima e do escoamento superficial, redução do tempo de pico e aumento da frequência da inundação nas cheias pequenas e médias.

Neste contexto, há necessidade de se estudar formas de planejamento urbano, de modo que estas ocupações sejam estruturadas e, conseqüentemente, sejam reduzidos os riscos de enchentes em áreas utilizadas, principalmente, para habitação. Para iniciar o estudo das formas de planejamento urbano, nas proximidades de um sistema hídrico qualquer, é necessário conhecer a dinâmica do rio. Em outras palavras, procura-se saber como o rio responde a uma enchente, considerando que a propagação de uma onda de cheia, no espaço e no tempo, é um problema complexo.

Normalmente, os modelos matemáticos que descrevem o escoamento não permanente em canais abertos, são compostos pelas equações da quantidade de movimento e da continuidade, desenvolvidas por Saint Venant, que são equações diferenciais parciais, fortemente não lineares, cuja solução pode ser obtida usando o modelo da onda dinâmica. Neste estudo, o modelo matemático a ser empregado é baseado nas equações de Saint Venant, e resolvido pelo método das diferenças finitas. O sistema de equações lineares resultante é resolvido pelo método iterativo de Newton–Raphson.

Entretanto, como este estudo é pertinente a uma análise de incertezas, há necessidade de uma transformação nas equações que compõe o modelo clássico de Saint Venant através de uma “fuzzyficação” de suas equações. Isto é feito com a introdução da teoria *fuzzy*, cuja principal vantagem é não necessitar de grandes conjuntos de dados para atingir seus principais objetivos.

Desta maneira, esta pesquisa tem, por objetivo, desenvolver o estudo da propagação de uma onda de cheia, no Rio Potengi, Rio Grande do Norte, verificando de que forma se podem avaliar as incertezas presentes nos modelos matemáticos, e nos conjuntos de dados empregados. O estudo resolve as equações do modelo na forma *fuzzy*, calculando campos de vazão, ao longo do referido rio, em uma estrutura *fuzzy*, onde as vazões são apresentadas na forma de função de pertinência.

Metodologia

As equações básicas, utilizadas para a modelagem matemática dos escoamentos superficiais, são obtidas pela aplicação da lei da conservação da massa e da segunda lei de Newton a um volume de controle representativo do escoamento. Em geral, essas equações são expressas na forma diferencial e, com o emprego de métodos numéricos de resolução, as equações diferenciais são discretizadas, aproximando-se as derivadas por diferenças finitas (Chow, 1988).

Equação da Continuidade

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{Equação (1)}$$

Equação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2 / A)}{\partial x} + gA\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) - gAS_0 + gAS_f = 0 \quad \text{Equação (2)}$$

Onde: Q é a vazão (m^3/s); x é a distância longitudinal ao longo do canal (m); t é o tempo (s); A é a área da seção transversal do escoamento (m^2); y é a profundidade da água no canal (m); S_0 é a declividade de fundo do canal (m/m); S_f é a declividade de linha de energia; e g é a aceleração da gravidade (m/s^2).

Amein e Fang (1970) e Amein e Chu (1975) recomendaram resolver o sistema de equações algébricas, resultante da representação numérica das equações de Saint Venant pelo método das diferenças finitas, através da aplicação do método iterativo de Newton–Raphson.

A equação governante do processo iterativo pode ser representada na seguinte forma:

$$J(x^k)(x^{k+1} - x^k) = -f(x^k) \quad \text{Equação (3)}$$

Onde o sistema de equações lineares envolve $J(x^k)$, que é o Jacobiano, representando a matriz dos coeficientes formada pelas derivadas parciais de $f(x)$ em relação a A e a Q , e envolve, também, $-f(x^k)$, que é o vetor dos valores negativos dos resíduos na equação governante. Este sistema é resolvido para $(x^{k+1} - x^k) = \Delta x^k$, e a estimativa melhorada da solução x^{k+1} é determinada sabendo-se do valor de Δx^k . O processo é repetido até que $(x^{k+1} - x^k)$ seja menor que certa tolerância especificada.

Aspectos fuzzy

Os conjuntos *fuzzy* e a lógica *fuzzy* provêm a base para a geração de técnicas poderosas para a solução de problemas, com uma vasta aplicabilidade, especialmente nas áreas de controle e tomada de decisão.

A força da lógica *fuzzy* deriva da sua habilidade em inferir conclusões e gerar respostas baseadas em informações vagas, ambíguas e qualitativamente incompletas e imprecisas. Seu comportamento é representado de maneira muito simples e natural, levando à construção de sistemas compreensíveis e de fácil manutenção (Vieira, 2005). Uma parte desta pesquisa está vinculada à teoria de risco, onde este risco é calculado tendo como base a teoria *fuzzy*. Para tal, é necessário a "fuzzyficação" do modelo. Esta "fuzzyficação" é feita através da transformação das equações do modelo e de suas condições de contorno em equações *fuzzys*. Neste caso, no lugar da variável de controle obtida na solução, serão obtidas funções de pertinência para cada variável de controle, em função do tempo e do espaço. Essas funções de pertinência, do ponto de vista de *fuzzy*, são definidas como $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\}$. Assim, as equações do modelo podem ser reescritas da seguinte maneira (Chagas, 2005, 2010):

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial x} = 0 \quad \text{Equação (4)}$$

Equação da quantidade de movimento:

$$\frac{1}{\tilde{A}} \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{A}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tilde{Q}^2}{\tilde{A}} \right) + g \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} - g(\tilde{S}_0 - \tilde{S}_f) = 0 \quad \text{Equação (5)}$$

Onde: \tilde{A} é a função de pertinência para a área transversal do canal do rio; \tilde{Q} é a função de pertinência para a vazão; \tilde{y} é a função de pertinência para a profundidade; \tilde{q} é a função de pertinência para o escoamento lateral; \tilde{S}_0 é a função de pertinência para a declividade do fundo; e \tilde{S}_f é a função de pertinência para a declividade da linha de energia.

Além dessas formulações, tem-se, ainda, para completar o modelo, as correspondentes condições de contorno e condições iniciais:

Equação de resistência:

$$\tilde{Q} = \frac{1}{\tilde{n}} \tilde{A} \tilde{R}^{2/3} \tilde{S}_f^{1/2} \quad \text{Equação (6)}$$

Onde: R representa o raio Hidráulico e n o coeficiente de rugosidade.

Igualmente, no processo de solução, a metodologia descrita anteriormente, pertinente ao processo de Newton–Raphson, terá de ser alterada, tendo em vista as peculiaridades do novo modelo. Assim, a representação matricial pode ser transformada em uma equação matricial *fuzzy* da seguinte forma (Andrade, 2006, 2010):

$$[\tilde{J}] [d\tilde{x}] = [\tilde{R}] \quad \text{Equação (7)}$$

Onde: \tilde{J} representa o Jacobiano em forma de função de pertinência; $d\tilde{x}$ representa solução do modelo na forma de função de pertinência, e \tilde{R} representa o vetor residual na forma de função de pertinência.

As funções de pertinência que representam dados de entrada do modelo são definidas conforme a Equação 8.

$$u_f = \frac{f - f_L}{f_m - f_L}, \text{ para } f_L \leq f \leq f_m$$

$$u_f = \frac{f - f_u}{f_m - f_u}, \text{ para } f_m \leq f \leq f_u \quad \text{Equação (8)}$$

Onde f_L e f_u representam as variáveis com menor grau de pertinência e f_m representa a variável com maior grau de pertinência. Neste caso, f_u representa 1,25 de f_m , enquanto que f_L representa 0,75.

Para determinar a solução do modelo, foi utilizada uma solução numérica com base no método das diferenças finitas. Para a obtenção da variável de controle na sua forma *fuzzy*, foi aplicado o princípio da extensão da teoria *fuzzy*, que representa o recurso apropriado para resolver equações diferenciáveis *fuzzy* (Ganoulis 1994). Em seguida, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN, que permitiu a realização de algumas simulações utilizando os dados do Rio Potengi, Rio Grande do Norte.

Maiores detalhes, relacionados ao processo de solução das equações da onda de cheia, tanto na sua forma determinística, como na sua forma fuzzy, podem ser encontrados em Chow (1988), Andrade (2006) e Ganoulis (1994).

Resultados e discussões

A partir dos resultados, obtidos através do programa computacional, foi possível fazer algumas análises com respeito do comportamento da propagação de uma onda de cheia, onde a vazão é calculada na forma de funções de pertinência. Os dados do rio Potengi, utilizados nas simulações seguintes, são: comprimento do canal 50 km, temperatura da água 30°C e largura do canal 37 m. As funções de pertinência do coeficiente de rugosidade e declividade do canal são [0.0075; 0.01; 0.0125] e [0.00003; 0.00004; 0.00005] m/m, respectivamente. As simulações foram realizadas para uma situação mais favorável, onde foi considerada uma vazão de 14.5 m³/s. Nestas simulações, a amplitude da onda tem vazão de pico três vezes maior do que a vazão em regime uniforme. Já com relação o tempo de base, considerou-se para este parâmetros um tempo de 2 horas. Não foram considerados os efeitos de marés.

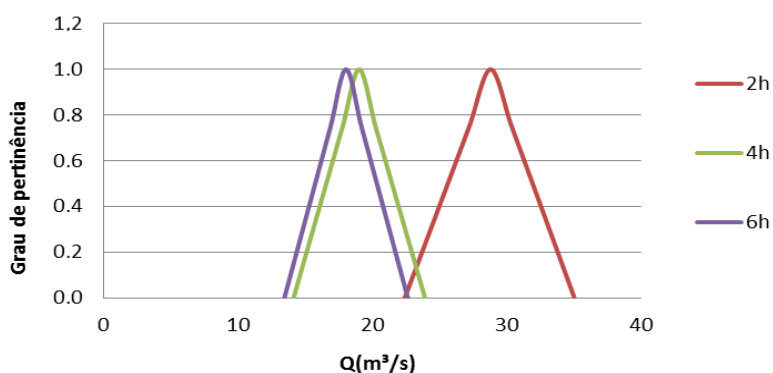


Figura 1. Funções de pertinência para 10 km da origem, para diferentes tempos

A Figura 1 mostra as funções de pertinência da vazão, para os tempos de 2, 4 e 6 horas. Pelos resultados, observa-se, de forma bem definida, a dinâmica da propagação de uma onda de cheia. Como podem ser verificados, os níveis de pertinência mudam para diferentes tempos, na seção considerada. Por exemplo, para um tempo de 2 horas, a vazão com maior nível de pertinência, em 10 km, é, aproximadamente, 30 m³/s, cujo grau é igual a 1. Isto quer dizer que, para esta situação, este valor é o mais provável valor que a vazão pode ter, na seção de 10 km da origem. Já para os tempos de 4 e 6 horas, a vazão com maior grau de pertinência é, aproximadamente, de 18 m³/s. Uma outra observação que pode ser feita é de que esta metodologia permite que se calcule, para diferentes níveis de pertinências, um conjunto *fuzzy*

de vazões, onde as incertezas poderão ser estudadas. Esta é a essência da teoria *fuzzy*, e seu emprego no cálculo do risco em engenharia.

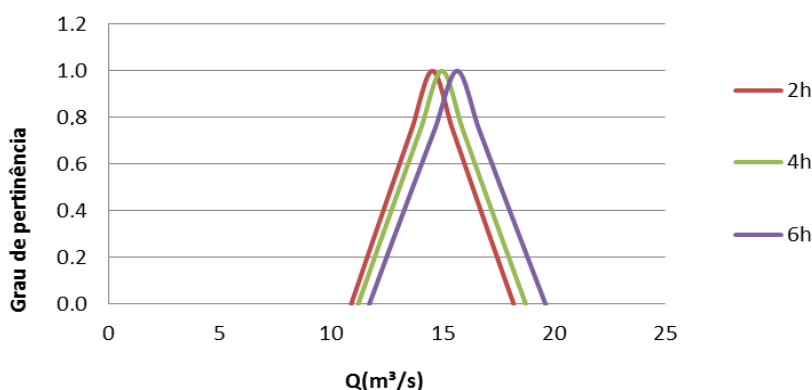


Figura 2. Funções de Pertinência para a 50 km da origem, para diferentes tempos

A Figura 2 ilustra as funções de pertinência para uma seção a 50 km da origem. Neste caso, pelos resultados, a vazão com maior grau de pertinência, para todos os tempos, está próxima de 15 m³/s. A base do conjunto *fuzzy* está no intervalo aproximado entre 10 e 20 m³/s, o qual representa um importante elemento na determinação do risco *fuzzy*. Como pode ser visto, o comportamento das funções de pertinência está relacionado com a passagem da onda em cada seção, mostrando, assim, que há uma relação direta entre a propagação da onda, e comportamento das incertezas presentes nas funções de pertinência. Este fato é de fundamental importância nas análises de risco de enchentes, a partir da teoria *fuzzy*.

A Figura 3 ilustra a propagação da onda, em função da distância, para um tempo de uma hora, para diferentes graus de pertinência. Neste caso, as linhas superiores e inferiores representam vazões com grau de pertinência de 0.5. Isto implica dizer que entre essas duas linhas, qualquer vazão tem grau de pertinência superior a 0.5, mostrando uma possibilidade maior de ocorrência. De acordo com esta figura, as diferentes linhas que definem os graus de pertinência estão muito próximas uma das outras, mostrando, portanto, que, para este tempo, a base do conjunto dos números *fuzzy*, formada por um conjunto de valores de vazão, é muito pequena. Isto implica dizer que o conjunto de valores da vazão, para o rio Potengi, considerando os dados usados, tem uma base estreita de possibilidades, no início da propagação da onda.

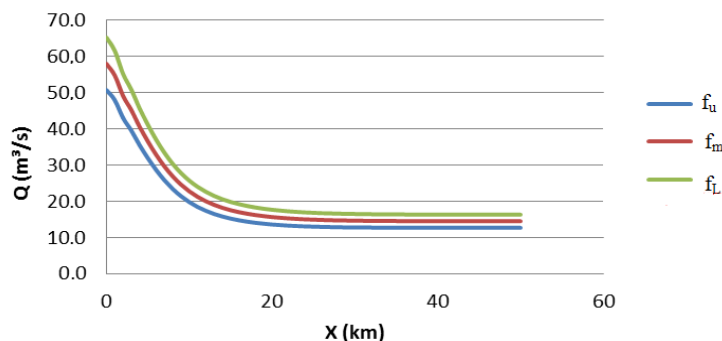


Figura 3. Propagação da onda para diferentes graus de pertinência para um tempo de 1 hora

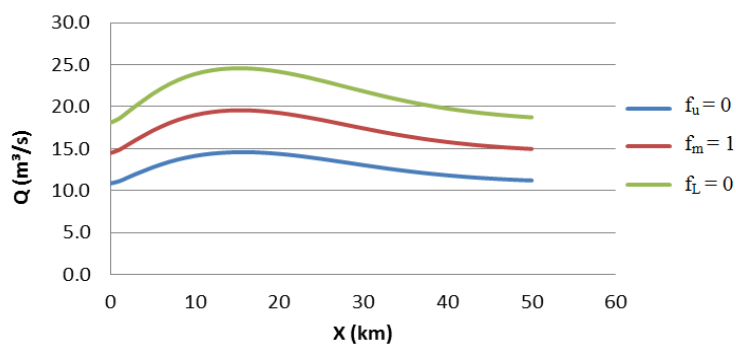


Figura 4. Propagação da onda para diferentes graus de pertinência para um tempo de 4 horas

Já a Figura 4, ilustra a propagação da onda com a distancia ao longo do canal, para diferentes graus de pertinência, em um tempo de 4 horas. A partir dos resultados vê-se que, para esta simulação, o pico da onda se encontra a 15 km da origem. A figura permite observar ainda que houve um distanciamento das linhas de grau de pertinencia zero. Em outras palavras, na região limitada pelas linhas inferior e superior da Figura 4, se encontra o conjunto de vazões possíveis para o rio Potengi, de acordo com os dados usados para esta simulação. Ainda, de acordo com a figura é possível ver que, quanto mais próximo da linha central da figura, maior é o grau de pertinência para a vazão, atingindo o valor 1 em cima da linha f_m . Isto quer dizer que quando mais próximo da região definida pela linha f_m , maior é a possibilidade de se encontrar um valor para a vazão no rio Potengi.

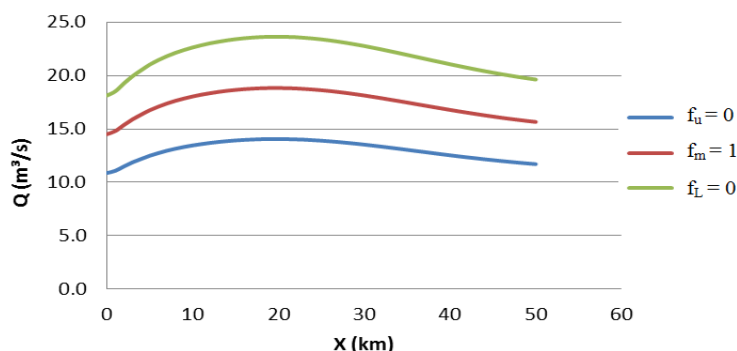


Figura 5. Propagação da onda para diferentes graus de pertinência para um tempo de 6 horas

Observando a Figura 5, verifica-se o mesmo resultado anterior, mas considerando agora um tempo de 6 horas. Como pode ser observado, o pico da onda se encontra em uma seção, aproximadamente 20 km da origem, o que mostra que, em uma hora, o pico da onda deslocou a uma distância de 5 km, aproximadamente. Uma outra observação importante é a de que a região entre as linhas de menor grau de pertinência ficaram mais afastadas, isto quer dizer que houve um aumento na base do conjunto dos números *fuzzy*, ou seja, que mais valores para a vazão pertencem a este conjunto e, assim, mais valores de vazão estarão situados dentro do conjunto que representa a possibilidade de ocorrência do escoamento no rio Potengi, considerando os dados usados para a simulação.

Conclusões

Após a realização de um conjunto de simulações, com auxílio de um programa computacional desenvolvido para esta pesquisa, alguns resultados foram obtidos e analisados. O modelo foi aplicado no rio Potengi, onde se buscou analisar as possibilidades de se aplicar este tipo de metodologia para a determinação de campos de risco de enchente quando da passagem de uma onda de cheia no referido rio. Após a análise dos resultados obtidos, algumas conclusões puderam ser feitas.

A transformação dos modelos hidrodinâmicos clássicos em modelos hidrodinâmicos *fuzzy* mostrou-se viável no estudo das incertezas em escoamento em rios sujeitos a propagação de uma onda de cheia. Isto implica dizer que é possível determinar, a partir desta metodologia, o risco de enchentes para uma determinada área próxima das margens de um rio qualquer.

A partir dos resultados, pode-se dizer que a determinação da vazão em cada seção do rio, na forma de funções de pertinência, permite avaliar os conjuntos de números *fuzzy* para diferentes

níveis de pertinência, o que garante uma possibilidade real para a avaliação e quantificação das incertezas presentes no processo de escoamento.

Por fim, pelos resultados verifica-se que as funções de pertinência de vazões se deslocam tanto para a direita quanto para a esquerda, de acordo com a passagem da onda em cada seção do canal, alterando, assim, o comportamento das incertezas e, em consequência, alterando o comportamento do risco de enchente para o referido rio.

Conclui-se, portanto, que os modelos hidrodinâmicos *fuzzy* se apresentam como uma alternativa viável para a quantificação das incertezas inerentes aos processos de formulação e soluções dos modelos matemáticos, permitindo, por sua vez, que se desenvolvam metodologias para a determinação do risco de enchentes em planícies de inundação.

Referências bibliográficas

- Amein, M., Chu, H.L. (1975) Implicit numerical modeling of unsteady flows. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, *Journal of the Hydraulics Division*, USA, **101**(HY6), 1083–1117.
- Amein, M., Fang, C.S. (1970) Implicit flood routing in natural channels, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, *Journal of the Hydraulics Division*, USA, **96**(HY12), 2481–2518.
- Andrade, C.F. (2006) Estudo de Planícies de Inundação através da Análise dos Parâmetros Hidráulicos do Canal Principal e sua Influência na Avaliação do Risco Fuzzy de Enchentes, *Tese (Doutorado em Engenharia Civil)* – Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, p. 212.
- Andrade, C.F., Ueta, V., Chagas, P.F., Santos, S.H. (2010) Flood Risk Analysis of Cocó Urban River in Fortaleza, Brazil, *Proceedings of Hydrology Days 2010*, March 22-24, Fort Collins, Co., p. 128-134.
- Chagas, P.F. (2005) Perspectivas da aplicação da teoria Fuzzy para cálculo de risco em sistemas hidrodinâmicos. *Tese (Doutorado em Engenharia Civil)* – Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, p. 190.
- Chagas, P.F., Santos, S.H., Andrade, C.F., Ueta, V. (2010) Application of Mathematical Modeling to Study Flood Wave Behavior in Natural Rivers as Function of Hydraulic and Hydrological Parameters of the Basin, *Proceedings of Hydrology Days 2010*, March 22-24, Fort Collins, Co., p. 114-120.
- Chow, V.T. (1988) *Applied Hydrology*. McGraw–Hill, New York, N. Y., 572 pp.
- Ganoulis, J.G. (1994) *Engineering risk analysis of water pollution: Probabilities and Fuzzy sets*. VCH publishers Inc. Weinheim; New York; Basel; Tokyo, 307 pp.
- Vieira, V.P.P.B. (2005) *Análise de risco em recursos hídricos: fundamentos e aplicações*. Porto Alegre: ABRH, 361 pp.