

# REVISTA AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales:  
Investigación, desarrollo y práctica.

## USO DA TRANSFORMADA DE FOURIER PARA A PROJEÇÃO DE MÉDIO PRAZO DAS PRECIPITAÇÕES NO ESTADO DO CEARÁ, BRASIL

\*Cleiton da Silva Silveira<sup>1</sup>  
Francisco de Assis de Souza Filho<sup>2</sup>  
Samuellson Lopes Cabral<sup>3</sup>  
Tyhago Aragão Dias<sup>2</sup>  
Luiz Martins Araújo Júnior<sup>2</sup>

USING FOURIER TRANSFORM TO THE MEDIUM-TERM  
PROJECTION OF PRECIPITATION IN THE STATE OF  
CEARÁ, BRASIL

Recibido el 21 de septiembre de 2015; Aceptado el 7 de junio de 2017

### Abstract

*The objective of this work is to analyze the temporal variability of precipitation for the State of Ceará (Brazil) and analyze projections from 4 to 10 years into the future utilizing the Fourier transformation. Methodology utilized precipitation observations from the Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos and the Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste from 1912 to 2002, as well as a calibration period from 2003 to 2012. To generate the model, Man Kendall-Sen test is applied to identify and filter any trends. The primary harmonics of the Fourier series are selected and, if orthogonal, used in the model. To evaluate the effectiveness of the model, qualitative analysis of the distribution of accumulated probabilities of the projected period was used, showing four principal harmonics, two in the low-frequency domain and two in the medium-frequency domain. The model identified the distribution function for these probabilities during the projected years, indicating that the methodology presented in this paper effectively captures variability in the medium-frequency domain.*

**Key Words:** Ceará, Fourier, medium-term projection.

<sup>1</sup> Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB), Brasil.

<sup>2</sup> Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (Universidade Federal do Ceará), Brasil.

<sup>3</sup> Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais (CEMADEN), Brasil.

\*Autor correspondente: Instituto de Engenharia e Desenvolvimento Sustentável (IEDS), Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB). Email: [cleitonsilveira@unilab.edu.br](mailto:cleitonsilveira@unilab.edu.br)

## Resumo

Este trabalho tem por objetivo usar a transformada de Fourier para analisar a variabilidade climática da série temporal de precipitações para o Estado do Ceará (Brasil) e utiliza-la como técnica para projetar cenários futuros de 3 a 10 anos. Para tanto, foram utilizados a precipitação pluviométrica observada da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME) e Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE), sendo o período de 1912 a 2002 o período de calibração e 2003 a 2012 o período de verificação. Para a geração do modelo, a série é padronizada e em seguida utiliza-se o teste de Man Kendall-Sen, caso identificado tendência a mesma é filtrada. São selecionados os harmônicos de maior potência da série de *Fourier*, considerando que os mesmos são ortogonais, estes são usados para o modelo de projeção dado pela soma dos mesmos. Para avaliação de desempenho é feito uma análise qualitativa da distribuição de probabilidades acumulada do período de anos projetados e verossimilhança. O espectro de potência de Fourier mostrou quatro harmônicos mais energéticos, dois deles na escala de baixa frequência e dois na escala de média frequência. O modelo identificou a função de distribuição de probabilidades dos anos projetados, indicando que está metodologia capta a variabilidade de médio prazo.

**Palavras chave:** Ceará, Fourier, projeção de médio prazo.

---

## Introdução

A variabilidade do clima em múltiplas escalas temporais (longo, médio, curto e curtíssimo prazo) pode condicionar o risco associado à ocorrência de eventos extremos hidrológicos (cheias e secas) para um local ou região (Silveira, 2014). A possibilidade de quantificação dos riscos permite que decisões possam ser tomadas para que os impactos de tais eventos sejam minimizados, reduzindo assim o grau de vulnerabilidade de uma determinada região.

A tomada de decisão em sistemas complexos é, de modo geral, uma das mais difíceis tarefas enfrentadas pelos gestores, pois quase sempre tais decisões precisam atender múltiplos objetivos, e frequentemente seus impactos não podem ser previamente identificados (Gomes *et al.*, 2006).

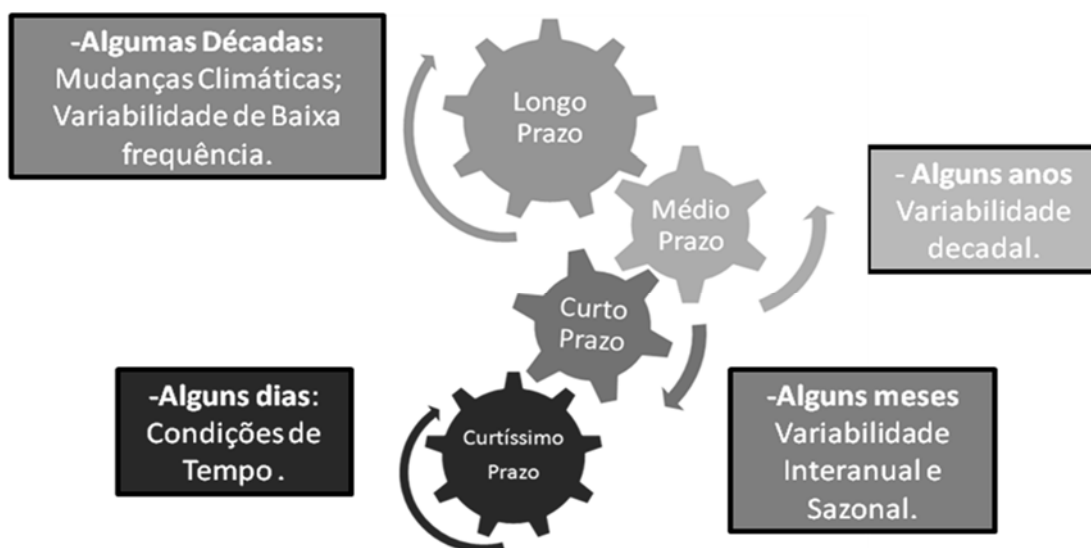
As decisões podem acarretar abrangência bem diversa. Em sistemas hídricos complexos, as consequências advindas das decisões podem apresentar impactos: imediatos, de curto prazo, de médio prazo, de longo prazo e multitemporal.

Em sistema em que prevalece o caráter multitemporal no processo decisório, como é o caso da maioria dos hidrossistemas, as estratégias adotadas precisam considerar o risco e a incerteza nas múltiplas escalas temporais e espaciais, e as mesmas precisam conectar-se mutuamente. Nesse sentido, estratégias desse tipo exigem uma visão sistêmica, a seleção de alternativas ou otimização de opções em busca de minimização de determinados riscos.

Os modos de variação das séries temporais de vazões, precipitações e demais variáveis hidrológicas podem ser condicionados pela atuação simultânea de diversos sistemas atmosféricos de várias escalas temporais e à dinâmica de suas interações. Devido a esses

fenômenos meteorológicos em multiescalas, a combinação dos mesmos determina o estado do clima numa determinada escala temporal.

Devido a essa interligação entre os fenômenos climáticos e os diferentes horizontes temporais de planejamento em recursos hídricos, a gestão em recursos hídricos precisa considerar que essas escalas se comunicam mutuamente e os fatores que influenciam cada uma das escala se sobrepõem. Esta superposição é de extrema importância para as previsões, projeções e/ou cenarizações de clima, pois as escalas maiores modulam os eventos das escalas menores, conforme sugere a Figura 1.



**Figura 1.** As escalas temporais de planejamento e o clima.

As condições climáticas de um conjunto de anos ou décadas depende tanto de variações climáticas naturais como das forças antropogênicas. Projeções climáticas de alguns anos devem tentar cobrir a lacuna entre a previsão sazonal/interanual com prazos de dois anos ou menos e projeções de mudanças climáticas de algumas décadas à frente. Não há nenhuma teoria amplamente aceita para esse tipo de projeção, nem se sabe se a sua evolução passada é a chave para seu futuro. Existem, contudo, controles de baixa frequência, associados aos lentos processos oceânicos, que podem conferir certa previsibilidade ao clima na escala decenal, principalmente na região tropical.

O Nordeste do Brasil (NEB) apresenta clima semiárido com grande variabilidade temporal e espacial de chuvas (Molion & Bernardo, 2002). O Ceará, historicamente, é marcado por grandes

prejuízos associados a eventos climáticos extremos, como cheias. Pequenas flutuações, associadas às condições climáticas, provocam significativos impactos sociais e econômicos sobre a região (Souza Filho & Moura, 2006). Desta forma, identificar padrões de variação ou/e melhorar as previsões/projeções climáticas é importante, já que impacta os recursos hídricos, agricultura e outras áreas relevantes. A precipitação no Ceará possui grande variabilidade sazonal, onde 75% dos totais das chuvas ocorrem em quatro meses (fevereiro, março, abril e maio) e uma quase total ausência de precipitação no segundo semestre (Silveira, 2014). Esta característica é governada em grande parte pela migração norte/sul da zona de convergência intertropical (ZCIT) ao longo do ano.

O clima do Nordeste do Brasil (NEB) responde muito bem às mudanças de temperatura da superfície do Oceano Pacífico tanto na escala interanual como na escala decadal (Cavalcanti *et al.*, 2009; Kane, 1992). Na escala interanual (de dois a quatro anos), é o fenômeno El Niño que, em geral, produz seca no Nordeste e excesso de chuvas no Sul/Sudeste do país. Na escala decadal, as temperaturas das superfícies dos oceanos ficam mais aquecidas durante 20 a 30 anos e, em seguida, se resfriam durante outros 20 a 30 anos, um ciclo total de 50 a 60 anos. Quando o Pacífico se resfriou, entre 1947 e 1976, as chuvas se reduziram no Nordeste e os Estados da costa leste tiveram chuvas abaixo da média de longo prazo durante praticamente 11 anos consecutivos.

Marengo e Valverde (2007) mostram que as variações do regime de chuvas apresentam maiores sinais de variabilidade interdecadal do que tendências de aumento ou redução de precipitações sobre o Nordeste do Brasil (NEB). Segundo eles, as precipitações e as vazões fluviais na região Amazônica e no NEB indicam variabilidade nas escalas interanual e interdecadal mais importante do que tendências de aumento ou redução. Essa variabilidade pode está associada a padrões de variação da mesma escala de tempo nos oceanos Atlântico e Pacífico (Grimm *et al.*, 2000; Kane, 1992; Nobre & Shukla, 1996).

A série histórica de precipitações de Fortaleza, capital do Estado do Ceará, de 1849 a 2006, sinaliza significativa variabilidade hidrológica decadal, com períodos de 10 anos com média superior a 1800 mm, enquanto em outros intervalos a média móvel atinge valores de aproximadamente 1000 mm (Silveira, 2014). Essa característica mostra um possível modo de variação de baixa frequência, já que esse comportamento é recorrente ao longo da série histórica. Além disso, há uma variabilidade de alta frequência identificada pela sequência de um ano muito seco seguido por um ano muito chuvoso, conforme mostrado nos anos de 1888 e 1889, 1914 e 1915 e outros períodos de dois anos.

Este trabalho tem por objetivo analisar a variabilidade climática da série de precipitação para o Estado do Ceará utilizando a transformada de *Fourier* e propor um modelo para a projeção de médio prazo.

## Metodologia

### Dados Utilizados e região de Estudo

Para avaliar a destreza do modelo e efetuar as devidas calibrações foram utilizadas a base de dados de precipitação pluviométrica observada da Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME) e SUDENE (Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste) para o período de 1912 à 2012 para o Estado do Ceará, em torno de 180 séries. O período de 1912 foi usado para calibração e o período de 2003 a 2012 para validação da metodologia. A região de estudo é mostrada na Figura 2.

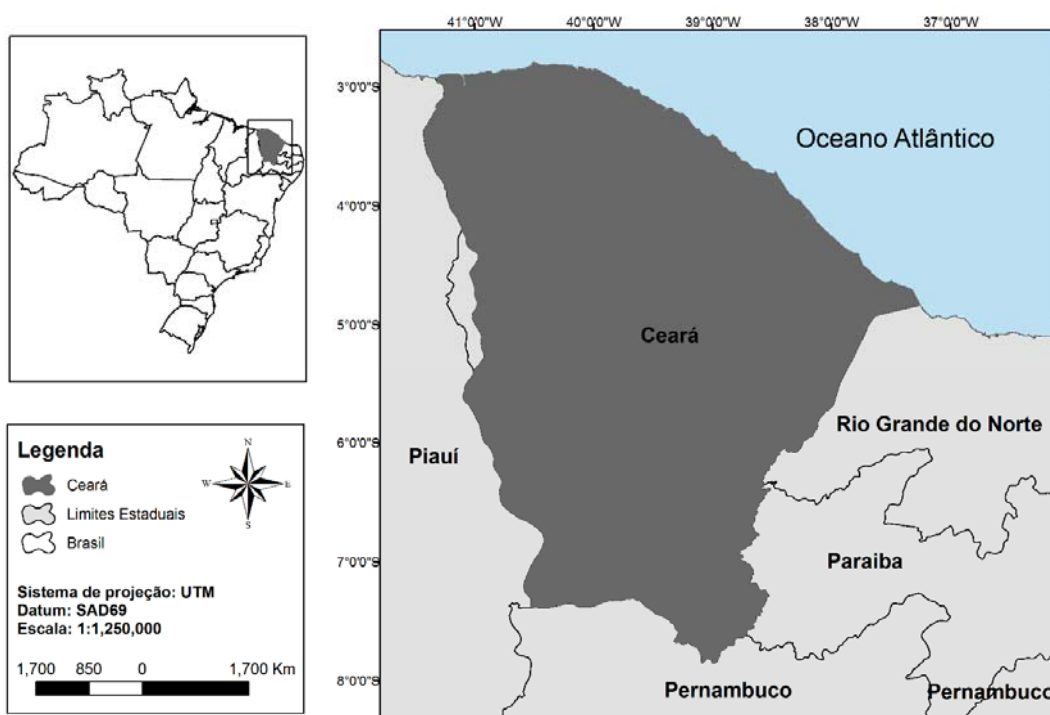


Figura 2. Região de estudo, Ceará, Brasil.

### O modelo baseado na série de Fourier

A análise de Fourier ou análise harmônica é uma das formas mais tradicionais para tratamento de sinais e séries temporais. Esta técnica foi criada por Jean Baptiste Joseph Fourier e publicada em 1822 no seu trabalho intitulado *Théorie Analytique de la Chaleur*. Essencialmente, ela permite que se observem informações de frequência invés de tempo.

Na análise de séries temporais, resultado da observação de processos estocásticos, normalmente se utiliza a transformada discreta de Fourier, tendo como objetivo básico o de aproximar uma função do tempo por uma combinação linear de harmônicos (componente senoidais).

Em 1827, Joseph Fourier afirmou (Bolzan, 2004), na sua teoria de análise de frequências, que qualquer função periódica  $f(x)$  poderia ser obtida, de maneira aproximada, pela somatória de funções senoidais:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)) \quad \text{Equação (1)}$$

Onde:  $a_0$ ,  $a_k$  e  $b_k$  são constantes dadas por:

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \quad \text{Equação (2)}$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(kx) dx \quad \text{Equação (3)}$$

$$b_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(kx) dx \quad \text{Equação (4)}$$

### A geração do modelo baseado na série de Fourier

A transformada de Fourier é uma transformada reversível, porém não há informação de frequência disponível no domínio do tempo da série ou sinal, com isso não há informação de tempo disponível na transformada de Fourier do sinal. Ou seja, através da informação da transformada do sinal fornecido é possível estimar quanto de cada frequência existe no sinal, mas isso não informa desde quando no tempo estas componentes de frequência existem. Esta informação não é necessária quando o sinal é estacionário (sinais cujo conteúdo de frequência não muda com o tempo).

Um processo é estacionário se ele se desenvolve no tempo, de modo que a escolha de uma origem dos tempos não seja importante, as características probabilísticas são as mesmas ao longo da série temporal (Morettin, 1999). Nesse caso, todas as componentes de frequência existem o tempo todo. Para tornar mais sutil essa suposição nas séries precipitação é feito o teste de tendência de Man Kendall-Sen (Sen, 1968; Hirsch, 1982) com nível de significância de 95%, caso hipótese de tendência seja confirmado a mesma é filtrada da série para em seguida ser usada a transformada de Fourier.

A representação da série de Fourier de  $u_\tau$ , denotada por  $\hat{u}_\tau$ , pode ser obtida pela equação 5:

$$\hat{u}_\tau = \bar{u} + \sum_{j=1}^h \left[ A_j \cos\left(\frac{2\pi j\tau}{\omega}\right) + B_j \sin\left(\frac{2\pi j\tau}{\omega}\right) \right], \tau = 1, \dots, \omega \quad \text{Equação (5)}$$

Onde  $\bar{u}$  é média de  $u_\tau$ ,  $A_j$  e  $B_j$  são os coeficientes da série de Fourier,  $j$  é o harmônico e  $h$  é o número total de harmônico. Sendo  $h$  igual a  $\frac{\omega}{2}$  (em caso de  $\omega$  par) ou  $\frac{\omega-1}{2}$  (em caso de  $\omega$  ímpar). Para a análise das séries temporais o  $\omega$  é exatamente igual ao número total de anos usados para a calibração.

Sendo

$$\bar{u} = \frac{1}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} u_{\tau}$$

**Equação (6)**

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} u_{\tau} \cdot \cos\left(\frac{2\pi j\tau}{\omega}\right), j = 1, \dots, h.$$

**Equação (7)**

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} u_{\tau} \cdot \sin\left(\frac{2\pi j\tau}{\omega}\right), j = 1, \dots, h.$$

**Equação (8)**

Onde  $\hat{u}_{\tau}$  da equação 6 é calculado inicialmente usando todos os harmônicos  $j = 1, \dots, h$  (todos os coeficientes  $A_j$  e  $B_j$ , espera-se que  $\hat{u}_{\tau}$  seja aproximadamente igual a  $z_{\tau}$  para todos os valores de  $\tau = 1, \dots, \omega$ ).

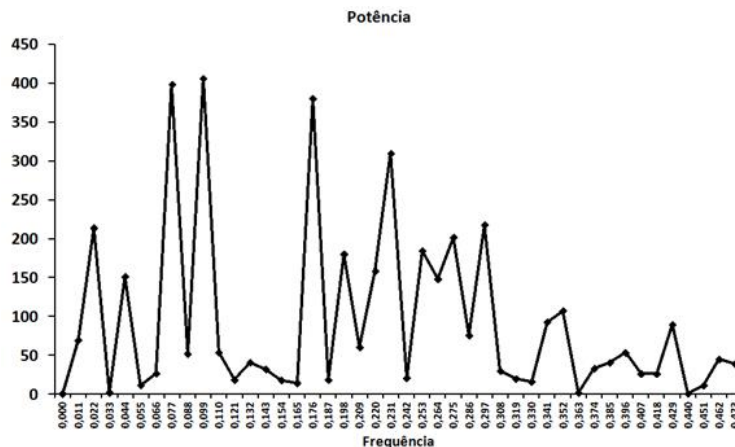
Para realizar as projeções usando essa técnica são selecionados alguns harmônicos  $h^* < h$  (aqueles que possuem maior significância, ou seja, aqueles que mais contribuem para a variabilidade da série temporal). A seleção dos  $h^*$  é feita pela análise do espectro de potência da série de Fourier. Sendo a série de Fourier projetada baseada na equação 5 com uso apenas dos  $h^*$ , sendo também utilizado a varível padronizada da precipitação.

#### Avaliação de desempenho do modelo

Após calcular as projeções de precipitações para a região de interesse, é necessário avaliar o desempenho dos modelos propostos. Para os modelos baseados na série de *Fourier* é usada a análise qualitativa da distribuição de probabilidades acumulada do período de anos previstos, observação e climatologia.

### Resultados e discussão

Na Figura 3 é mostrado o espectro global de potência da série observada de precipitação anual usando a transformada de *Fourier* em função da frequência.



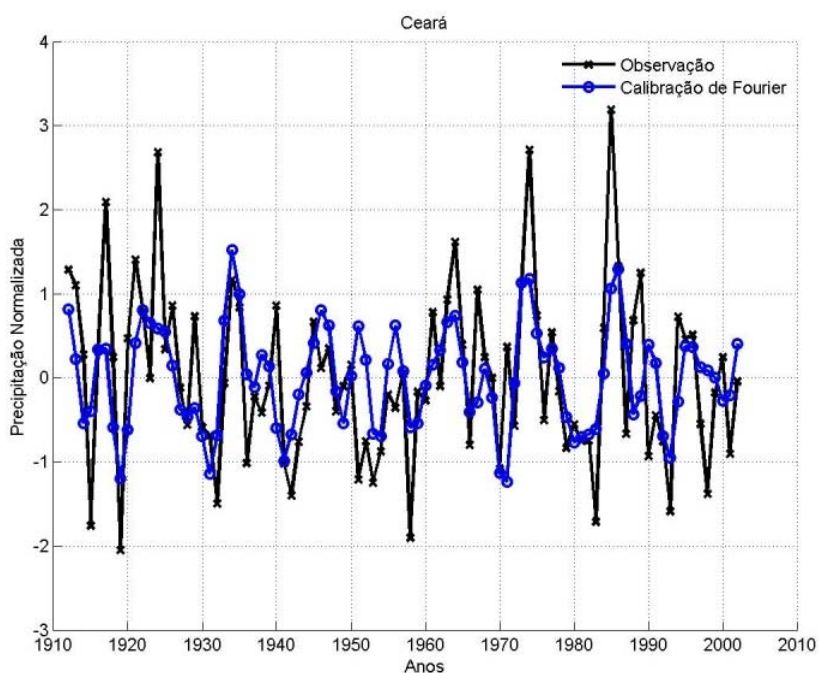
**Figura 3.** Espectro de potência da precipitação anual normalizada para o estado do Ceara usando transformada de Fourier.

O espectro mostra oscilações em diversas escalas de frequência, porém há quatro harmônicos que apresentam maior potência, dois deles na escala de baixa frequência ( $0.0989$  e  $0.0769$  anos<sup>-1</sup>) e dois na escala de média a baixa frequência ( $0.1758$  e  $0.2308$  anos<sup>-1</sup>). Esses harmônicos foram utilizados para a geração do modelo, os mesmos são mostrados na Tabela 1, juntamente com os seus respectivos coeficientes da série de Fourier.

**Tabela 1.** Coeficientes de Fourier para os harmônicos selecionados para construção do modelo baseado em Fourier.

A	B	Frequência do Harmônico
0.0159	0.4424	0.0989
0.1770	-0.4013	0.0769
0.2277	-0.3630	0.1758

Na Figura 4 é mostrada a série observada de precipitação e a série de Fourier com os quatro principais harmônicos para o período de calibração (1912 a 2002). O modelo consegue capturar a variabilidade da precipitação no Estado do Ceará, porém subestima alguns dos principais máximos de precipitação em mais de um desvio padrão.

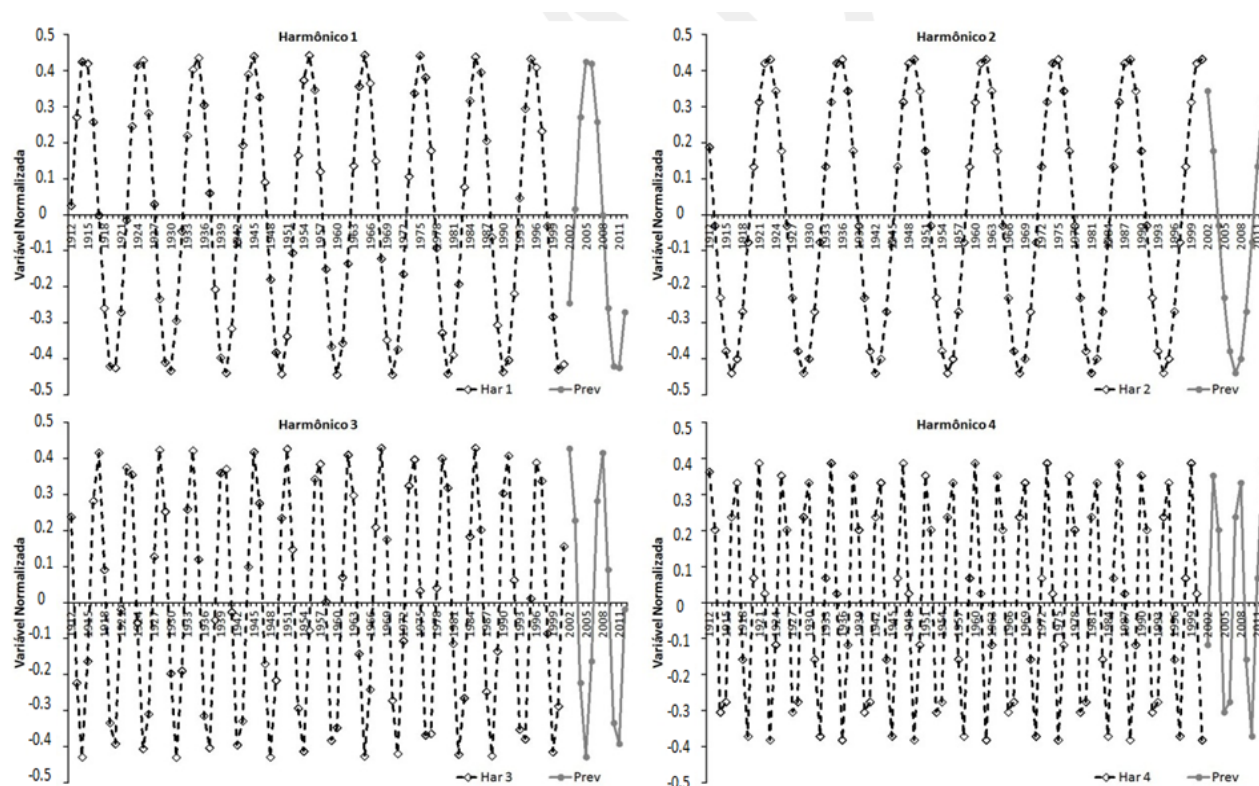


**Figura 4.** Calibração do modelo FA para o período de 1912 a 2002.

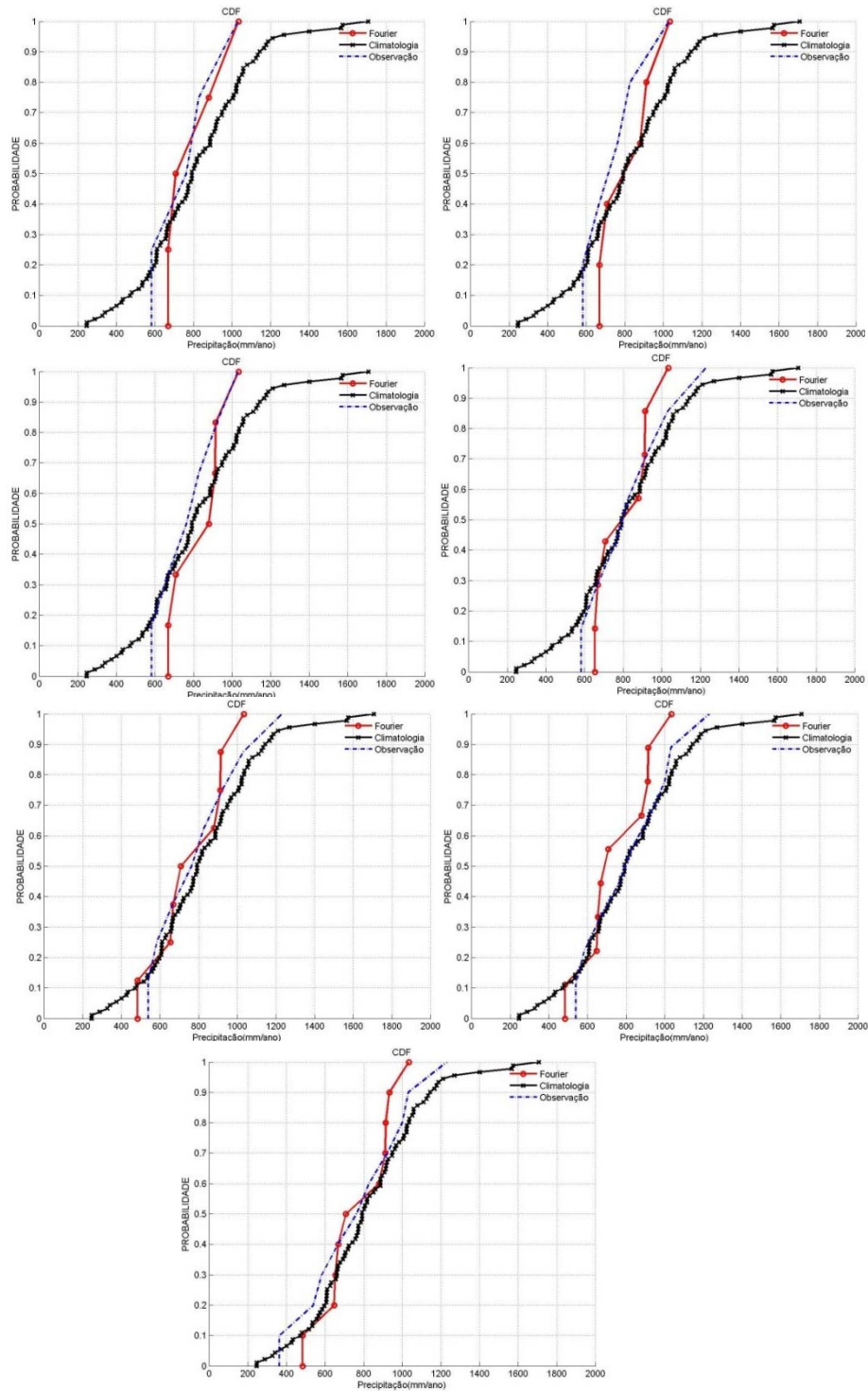


Na Figura 5 são mostrados os harmônicos utilizados para a construção do modelo baseado na série de Fourier e suas respectivas projeções. O harmônico 1 (de maior potência) possui período de aproximadamente 10,33 anos, enquanto o harmônico 2 possui período em torno 13 anos, ambos apresentaram inversões de fase ao longo do período previsto. Enquanto na **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** é mostrada a composição da projeção com base nos harmônicos selecionados, o modelo consegue capturar a fase do período previsto, com patamares semelhantes aos valores de precipitação observada.

Na Figura 6 são mostradas comparações entre as funções de distribuição de probabilidade acumulada (CDF) previstas pelo modelo FA, a climatologia e a observação para diferentes horizontes de previsão. Em todos os horizontes mostrados há uma clara redução da variância em relação à climatologia, para os horizontes de 4, 5 e 6 anos o modelo apresenta-se muito próximo a CDF observada, indicando que essa informação pode ser utilizada no planejamento de médio prazo. Nos demais horizontes analisados o modelo subestima os eventos de precipitação mais elevadas, principalmente para os horizontes de 9 e 10 anos.



**Figura 5.** Harmônicos utilizados para a construção do modelo baseado na série de Fourier e suas respectivas projeções.



**Figura 6.** Comparação entre as funções de distribuição de probabilidade acumulada previstas pelo modelo FA, a climatologia e a observação para diferentes horizontes de previsão. Da esquerda para a direita e de cima para baixo os seguintes horizontes de previsões.

## Conclusões

A série histórica de precipitações sobre o Ceará não apresentou tendência significativa, segundo o método de Man-Kendall Sen. A série mostra alternância entre períodos de sequenciais de anos secos e outros intervalos com sequência de anos úmidos. Essa variabilidade pode estar associado a variação dos padrões do comportamento da temperatura da superfície do mar do oceano Pacífico, como o El Niño/La Niña e a Oscilação Decadal do Pacífico (ODP).

A transformada de *Fourier* mostra padrões de baixa frequência (entre 10 e 13 anos) e na escala de média a baixa frequência (entre 4 e 7 anos), ou seja, ela apresenta oscilações em várias escalas de tempo.

A variabilidade dos principais harmônicos de Fourier indicam padrões de variação semelhante à TSM do pacífico, podendo esse ser um dos fatores relevantes para tal variabilidade temporal das precipitações.

O modelo baseado na série de *Fourier* funcionou para identificação da CDF no período de projeção para a série de precipitações no Ceará, entretanto mais testes devem ser realizados com um maior número de séries históricas.

## Bibliografía

- Burn, D.H., Elnur, M.A.H. (2002). Detection of hydrologic trends and variability. *Journal of Hydrology*, **255**, 107-122.
- Campos, J.N.B., Studart, T. (2003). *Gestão de águas: princípios e práticas*, 2, Ed. Porto Alegre: ABRH, 277 pp.
- Cavalcanti, A.I.F., Ferreira, N.J., Silva, M.G.A.J., Dias, M.A.F.S. (2009). *Tempo e Clima no Brasil*, 1, Ed. São Paulo: Oficina de Textos, 468 pp.
- COGERH, Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos do Ceará (2010). Acesso em 10 agosto de 2015, disponível em: <http://portal.cogerh.com.br/>
- Gomes, L.F.A.M., Gomes, C.F.S., Almeida, A.T. (2006) *Tomada de Decisão Gerencial: Enfoque Multicritério*, 5, Ed. Atlas, São Paulo, 180 pp.
- Grimm, A.M., Ferraz, S.E., Doyle, M.E. (2000). Climate variability in southern South America associated with El Niño and La Niña events, *Journal of Climate*, **13**(1), 35-58.
- Haan, C.T. (1977) *Statistical Methods in Hydrology*. The Iowa State University Press. IOWA. 378 pp.
- Hamed, K.H. (2009) Exact distribution of the Mann-Kendall trend test statistic for persistent data, *Journal of Hydrology*, **365**, 86-94.
- Hirsch, R.M., Slack, J.R., Smith, R.A. (1982). Techniques of trend analysis for monthly water quality data, *Water Resources Research*, **18**, 107-121.
- Kane, R.P. (1992). El Niño and La Niña events and rainfall in NE and South Brazil, *Revista Brasileira Geofísica*, **10**, 49-59.
- Kelman, J., Vieira, A.M., Rodrigues-Amaya, J.E. (2000). El niño influence on streamflow forecasting, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **13**, 123-138.
- Kwon, H.H., Lall, U., Khalil, A.F. (2007). Stochastic simulation model for nonstationary time series using an autoregressive wavelet decomposition: Applications to rainfall and temperature, *Water Resources Research*, **43**, 1-15.

- Marengo, J.A., Valverde, M.C. (2007). Caracterização do clima no século XX e cenário de mudanças de clima para o Brasil no século XXI usando os modelos do IPCC-AR4, *Revista Multiciência*, **8**, 5-28.
- Molion, L.C.B., Bernardo, S.O. (2002). Uma revisão da dinâmica das chuvas no Nordeste Brasileiro, *Revista Brasileira de Meteorologia*, **17**(1), 1-10.
- Morettin, P.A. (1999). *Ondas e ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas*, 2, Ed. EDUSP, 320 pp.
- Naghettini, M., Pinto, É.J.A. (2007). *Hidrologia Estatística*. CPRM – Serviço Geológico do Brasil, Belo Horizonte, 552 pp.
- Nobre, P., Shukla J. (1996) Variations of sea surface temperature, wind stress, and rainfall over the tropical Atlantic and South America, *Journal of Climate*, **9**(19), 2.664-2.479.
- Ribeiro, D.C.M. (2011) *Modelo de previsão de vazão aplicado ao nordeste brasileiro utilizando a informação climática para auxiliar a operação de hidrossistemas*, Tese de mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos), Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, 189 pp.
- Sen, P.K. (1968) Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau, *Journal of the American Statistical Association*, **63**, 1379-1389.
- Silveira, C.S. (2014) *Modelagem integrada de meteorologia e recursos hídricos em múltiplas escalas temporais e espaciais: aplicação no Ceará e no setor hidroelétrico brasileiro* Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos), Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, 351 pp.
- Souza Filho, F.A., Lall, U., Porto, R.L.L. (2008). Role of price and enforcement in water allocation: Insights from Game Theory. (2008) *Water Resources Research*, **44**, 400-420.
- Souza Filho, F.A., Moura, A.D. (2006). *Memórias do Seminário Natureza e Sociedade nos Semi-Áridos*, 1, Ed. Banco do Nordeste do Brasil/Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos, 332 pp.
- Souza Filho, F.A., Lall, U. (2003). Seasonal to interannual ensemble streamflow forecasts for Ceara. Brazil: Applications of a multivariate semiparametric algorithm, *Water Resources Research*. **39**(11), 1307-1320.
- Walpole, R.E., Myers, R.H., Muers, S.L., Ye, K. (2007). *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*, 8, Ed. Pearson-Prentice Hall. New Jersey, 812 pp.