

REVISTA AIDIS

de Ingeniería y Ciencias Ambientales:
Investigación, desarrollo y práctica.

APLICAÇÃO DA LÓGICA FUZZY NO MODELO DE STREETER-PHELPS PARA ANALISAR O RISCO DE CONTAMINAÇÃO DAS ÁGUAS DE RIOS QUE RECEBEM FONTES PONTUAIS DE LANÇAMENTO

*Raquel Jucá de Moraes Sales¹
Juliana Alencar Firmo de Araújo²
Sílvia Helena Santos³

APPLICATION OF FUZZY LOGIC TO THE STREETER-PHELPS MODEL TO ANALYZE THE CONTAMINATION RISK IN RIVERS THAT RECEIVE SPECIFIC DISCHARGE SOURCES

Recibido el 18 de septiembre de 2014; Aceptado el 25 de marzo de 2015

Abstract

A mathematical model based on the Fuzzy Streeter-Phelps equations was developed to analyze the river contamination risk receiving punctual source release. The Streeter-Phelps model was transformed into a differential fuzzy model, with a closed and bounded interval having lower and upper bounds well defined, but with unknown distribution information. For the analysis, it was defined an scenario in which punctual BOD loads were released with different concentration values, ranging from 100 through 500 mg / L. The concentrations, as well as the behavior of risk of the BOD, DO deficit and DO was verified. It was observed that any change in the BOD concentration released influenced the mass dilution in the system in such a way as the bigger is the released; the smaller is the dilution.

Key words: Fuzzy Set Theory; Risk Analysis; Streeter-Phelps Model.

¹ Universidade Federal do Ceará, Brasil

² Universidade Federal do Ceará, Brasil

³ Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, CEP, Brasil

*Autor correspondente: Universidade Federal do Ceará, Campos do Pici, CEP- 60445-760. Bloco 713. Fortaleza – Ceará.
Email: raqueljuca@gmail.com

Resumo

A pesquisa tem como finalidade desenvolver um modelo matemático, com base nas equações de Streeter-Phelps, em uma forma fuzzy para analisar o risco de contaminação de um curso d'água que recebe fontes pontuais de lançamento. Para tanto, fez-se a transformação das equações do modelo de Streeter-Phelps em equações fuzzy, em que se tem um intervalo fechado e limitado, com limites inferiores e superiores conhecidos, porém, com informação de distribuição desconhecidas. Para a análise do modelo, foi estabelecido um cenário de estudo em que foram lançadas cargas pontuais de DBO variando entre 100 e 500 mg/L. Com isto, pode-se verificar o comportamento das variáveis de controle DBO, déficit de OD e OD, bem como os percentuais de risco. Ao analisar o cenário proposto, observou-se que a quantidade de carga lançada tem influência no tempo de diluição desta massa no sistema, de forma que, para maiores valores de lançamento, o tempo de diluição é menor, favorecendo os processos de decaimento e formação da camada bentônica

Palavras chave: Teoria Fuzzy; Análise de Risco; Streeter-Phelps.

Introdução

O desafio da gestão da qualidade da água é garantir água de boa qualidade e em quantidade suficiente para a população. Pensando nisso, são estabelecidos diferentes modelos de qualidade de água como ferramenta de previsão, sendo de valor prático para as questões ambientais em termos de avaliação de parâmetros operacionais, proporcionando a indicação de variáveis-chave que poderiam potencialmente auxiliar engenheiros na tomada de decisões de forma prática, bem como em tomar medidas corretivas apropriadas para o monitoramento da qualidade da água (Bahadori e Vuthaluru, 2010).

Muitos modelos têm sido desenvolvidos para estudar a relação do comportamento do oxigênio dissolvido e concentrações de DBO em rios. Esse estudo teve início em 1925, com o desenvolvimento do modelo de Streeter-Phelps, que estabelece esta relação tanto quantitativa quanto qualitativamente. O modelo de Streeter-Phelps abrange todos os processos físico-químicos e biológicos mais relevantes para modelar a qualidade da água (Mannina e Viviani, 2010). Desde então, o modelo tem sido generalizado por muitos pesquisadores como Dobbins (1964), O'Connor (1967), Chapra (1997), e tantos outros.

Mailhot e Villeneuve (2003), por exemplo, desenvolveram um método baseado em uma aproximação de segunda ordem da função de concentração do modelo e, neste estudo, foi feita a aplicação de um protótipo do modelo de Streeter-Phelps. Howitt *et al.* (2007), examinaram a probabilidade e gravidade de eventos de águas negras, associado a pouca quantidade de oxigênio dissolvido. Na pesquisa de Pimpunchataet *et al.* (2009), foi elaborado um modelo matemático simples de análise de poluição e efeitos de degradação de poluentes, cujo objetivo foi investigar a redução da poluição por aeração dentro do fluxo de um rio contaminado por fontes distribuídas e esgotamento associado de oxigênio dissolvido. Mannina e Viviani (2010) desenvolveram um

modelo simplificado de qualidade de água, extensão do modelo de Streeter-Phelps. E Bahadori e Vuthaluru (2010), desenvolveram uma ferramenta simples para encontrar as concentrações de saturação do oxigênio dissolvido em rios em função da concentração de cloreto e da temperatura.

O modelo Streeter-Phelps parte de algumas conjecturas pertinentes à dinâmica fluvial, como dito por Sperling (2007), “[...] as mudanças nas concentrações dos constituintes ao longo do percurso do rio são devidas à advecção, difusão e conversão”. No modelo de Streeter-Phelps, por exemplo, o sistema é considerado no seu estado estacionário, ou permanente, no qual não existe acúmulo de compostos dentro do sistema. Assim, para se chegar ao modelo do estudo, considera-se o curso de um rio natural como sistema próximo à dinâmica que ocorre em um reator tubular ideal, onde o fluxo percorre em apenas uma direção dominante.

As equações de Streeter-Phelps são equações lineares, o que possibilita a inserção de soluções por superposição e, por este motivo, pode-se adicionar processos indefinidamente. Uma vez estabelecido o modelo, parte-se para o entendimento de como ele é dado na forma *fuzzy*.

O conceito principal da teoria dos números *Fuzzy* se baseia na existência de uma função de pertinência que representa, numericamente, o grau pelo qual determinado elemento pertence a um conjunto (Ganouliset *al.*, 1991). Como a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* é uma extensão da teoria dos conjuntos tradicionais, as principais operações entre os conjuntos *fuzzy* também são definidas com extensão das operações tradicionais.

O número *fuzzy* é um caso especial de um conjunto *fuzzy*, em que é definido um intervalo *fuzzy* nos números reais. Em outras palavras, um número real, cujo valor é impreciso, é definido através de um intervalo *fuzzy* (Rentería, 2006). Klir e Yuan (1995) dizem que os números *fuzzy* são utilizados quando se pretende calcular quantidades imprecisas. E Kaufmann & Gupta (1988) complementam dizendo que um número *fuzzy* é um dado subjetivo, e não é equivalente a uma variável aleatória, ou seja, é uma estimativa, e não uma medida.

Rentería (2006) afirma ainda que os números *fuzzy* mais comuns são os triangulares e os trapezoidais, cujos graus de pertinência formam funções com equações simples. Quando essa função de pertinência tem forma triangular, o número *fuzzy* correspondente é denominado como Número *Fuzzy* Triangular, em que se tem um valor mínimo, um valor máximo e um valor mais provável de ocorrência (Vieira, 2005). Por ser um método que facilita a análise de incertezas, e ainda por ser apropriada em situações em que não se pode utilizar funções de probabilidade, a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* vem se tornando uma alternativa atraente (Qinet *al.*, 2007). No entanto, devem-se tomar alguns cuidados ao adotar esta metodologia, como quando se tem um sistema de variáveis de natureza aleatória, com condições hidrodinâmicas, de um sistema hídrico

e processos meteorológicos, podendo levar a resultados imprecisos. Huang *et al.* (1993) advertem que a programação *fuzzy* não é viável quando os parâmetros são altamente incertos.

Alguns exemplos de pesquisas recentes envolvendo a Teoria *Fuzzy* no campo dos recursos hídricos são a pesquisa de Karmakar e Mujumdar (2007), que desenvolveram uma extensão do modelo *fuzzy* para resolver problemas com várias soluções, sua metodologia é demonstrada com um estudo de caso no rio Tunga-Bhadra, Índia; a de Qinet *al.*, (2007), que desenvolveram um modelo de programação não-linear de intervalo *fuzzy* para a gestão da qualidade da água em condições de incerteza; e a de Mesbahet *al.*. (2010), que utilizaram uma versão estendida do sistema de taxa de negociação para a gestão de qualidade de água em um sistema fluvial. Como a Lógica *Fuzzy* trabalha com incertezas, é possível fazer o estudo do risco a partir dela.

A Teoria de Risco pode ser aplicada matematicamente a partir de duas vertentes, a da probabilidade e a da Teoria *Fuzzy*. No entanto, para se trabalhar com probabilidade e se obter resultados satisfatórios sobre o que acontece no meio físico, é necessário que se tenha uma grande quantidade de dados sobre o seu comportamento. Neste caso, a Teoria *Fuzzy* merece destaque, já que se pode trabalhar com uma quantidade de dados pequena, e que tem resultados tão favoráveis quando aqueles obtidos utilizando a teoria da probabilidade.

A Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* pode oferecer o suporte metodológico adequado à incorporação das incertezas no cálculo do risco e, do ponto de vista operacional, o risco e a confiabilidade podem ser calculados a partir de uma função *fuzzy* chamada de função marginal *fuzzy*. Para fazer a aplicação desta teoria, utilizou-se o exemplo representado em Ganoulis (1994):

Considerando um sistema em que é lançada uma carga poluente em um corpo hídrico, sendo \tilde{L} a concentração do poluente no rio, proveniente do lançamento de uma carga lançada no ambiente aquático, e \tilde{R} a capacidade do sistema hídrico em receber carga sem que haja a sua poluição, a medida de confiabilidade ou medida marginal de segurança, \tilde{M} , pode ser definida como:

$$\tilde{M} = \tilde{R} - \tilde{L} \quad \text{Equação (1)}$$

\tilde{R} e \tilde{L} são números *fuzzy*. Sabendo que a diferença entre números *fuzzy* também originam outro número *fuzzy*, consequentemente, \tilde{M} também é um número *fuzzy*. Para cada função, existe um intervalo de nível h , de forma que, Equação 2:

$$\tilde{M}(h) = \tilde{R}(h) - \tilde{L}(h) \quad \text{Equação (2)}$$

Em que:

$$\tilde{R}(h) = [\tilde{R}_1(h), \tilde{R}_2(h)] \quad \text{Equação (3)}$$

$$\tilde{L}(h) = [\tilde{L}_1(h), \tilde{L}_2(h)] \quad \text{Equação (4)}$$

Assim, a medida marginal de segurança \tilde{M} tem as seguintes condições:

$$\text{Para um sistema com falhas:} \quad \tilde{M}(h) < 0 \quad \text{Equação (5)}$$

$$\text{Para um sistema seguro:} \quad \tilde{M}(h) \geq 0 \quad \text{Equação (6)}$$

E os índices *fuzzy* de confiabilidade, Equação 7, e de risco, Equação 8, são:

$$\text{Índice de confiabilidade, ou garantia: } R_e = \frac{\int_{Z>0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad \text{Equação (7)}$$

$$\text{Índice de falha, ou risco: } R_f = \frac{\int_{Z<0} \mu_{\tilde{M}}(m) dm}{\int_Z \mu_{\tilde{M}}(m) dm} \quad \text{Equação (8)}$$

$\mu_{\tilde{M}}$ representa a função de pertinência; m representa um número real associado à função de marginal de segurança; e R_e e R_f representam os funcionais que dependem de várias funções, como variáveis dependentes.

A partir desta teoria, podem-se estabelecer alternativas na tomada de decisão em sistemas hídricos que recebem múltiplas fontes de poluentes, já que se pode identificar o risco e a confiabilidade do sistema, sob condições preestabelecidas e, por conseguinte, fica fácil a formulação de políticas de desenvolvimento local. Este artigo, portanto, tem como meta desenvolver um modelo matemático *fuzzy*, com base nas equações de Streeter-Phelps, analisar o risco de contaminação de um curso d'água.

Metodologia

Como aporte metodológico, este artigo trata da aplicação da Teoria *Fuzzy* na análise de risco de contaminação das águas em rios que recebe lançamentos de fontes pontuais. Para tanto, foi desenvolvido um modelo matemático *fuzzy*, fundamentado a partir das equações completas de Streeter-Phelps.

1. Modelo de Streeter-Phelps

No modelo de Streeter-Phelps, são consideradas como variáveis de controle a DBO, o déficit de OD e o OD. Segue a formulação matemática destas três variáveis de controle que servirão de base para a análise do modelo (Sperling, 2007).

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

$$\frac{dL}{dt} = -k_r L \quad \text{Equação (9)}$$

Onde k_r é a constante de remoção da DBO no rio [T^{-1}]. Esta equação representa a carga pontual lançada na origem do rio. Deve-se lembrar de que $k_r = k_d + k_s$, sendo k_d o coeficiente de decaimento em [T^{-1}]; e k_s o coeficiente de sedimentação em [T^{-1}]; L é a concentração de DBO em [mg/L].

$$\frac{dL}{dt} = L_{rd} \quad \text{Equação (10)}$$

Onde L_{rd} é a carga de entrada de DBO difusa [$ML^{-3}T^{-1}$]. Esta equação representa a carga difusa lançada na origem do rio. Vale ressaltar que a soma das soluções destas duas Equações, 9 e 10, representa a solução geral para a carga de DBO lançada.

Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Com o déficit acontece a mesma situação anterior. Ou seja, a soma das soluções geradas pelas Equações 11, 12 e 13 representa a solução geral para o déficit de OD ao longo do rio. Sendo assim, a Equação 11 representa o déficit de OD para uma carga pontual lançada no rio, a Equação 12 representa uma carga difusa lançada do rio, e a Equação 13 a sedimentação.

$$\frac{dD}{dt} = -k_a D + k_a \cdot L \quad \text{Equação (11)}$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{k_a \cdot L_{rd}}{k_r} \left(1 - e^{-k_r \frac{x}{U}}\right) - k_a D \quad \text{Equação (12)}$$

$$\frac{dD}{dt} = S_d \quad \text{Equação (13)}$$

D é o déficit de oxigênio [ML^{-3}]; U é a velocidade em [LT^{-1}]; x é a seção analisada [L]; k_a é o coeficiente de aeração [T^{-1}]; S_d o coeficiente de decaimento [$ML^{-3}T^{-1}$].

O cálculo do oxigênio dissolvido é dado pela diferença entre o oxigênio saturado presente no rio e o déficit de oxigênio. Assim sendo, como já foi apresentada a equação do déficit, tem-se a seguinte configuração matemática para o oxigênio dissolvido:

Oxigênio dissolvido (OD):

$$\frac{dC}{dt} = -k_d L + k_a(C_s - C) \quad \text{Equação (14)}$$

Onde C representa a concentração de oxigênio dissolvido [ML⁻³]; e C_s representa a concentração de oxigênio saturado [ML⁻³]. A concentração de saturação (C_s) é calculada a partir da seguinte expressão matemática, Equações 15 e 16, Thomann (1989):

$$C_s = \exp(z) \quad \text{Equação (15)}$$

Para z igual a:

$$z = -139.34411 + \frac{1.575701 \cdot 10^5}{T} - \frac{6.642308 \cdot 10^7}{T^2} + \frac{1.2438 \cdot 10^{10}}{T^3} - \frac{8.621949 \cdot 10^{11}}{T^4} \quad \text{Equação (16)}$$

Em que T é a temperatura, em [°K]; e z é um parâmetro adimensional.

É importante lembrar que, tratando-se das reações cinéticas das substâncias poluentes, visto nos capítulos anteriores, pela Lei da Ação das Massas, o produto de uma constante depende da temperatura e das concentrações dos reagentes. Desta maneira, a temperatura irá influenciar em todos os coeficientes de decaimento inseridos no sistema.

Sabendo que o coeficiente é dado por ($k_i = k_i(20^\circ) \cdot \theta^{T-20}$), onde k_i é um coeficiente de decaimento qualquer [T⁻¹] e θ o fator de correção, com valores próximos da unidade, verifica-se que, para valores de temperatura (T) próximos de 20°C, θ^{T-20} tende para a unidade. Por conta disso, a influência da temperatura nos cálculos dos coeficientes de decaimento é mínima. Assim, para este estudo, optou-se por utilizar θ igual a 1.

2. Solução do Modelo de Streeter-Phelps

A solução “analítica” do modelo também foi apresentada anteriormente, Thomann (1989):

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

Para uma fonte pontual, a equação da DBO é representada pela Equação 17, e para uma fonte difusa, pela Equação 18.

$$L = L_0 e^{-k_r \frac{x}{\bar{U}}} \quad \text{Equação (17)}$$

$$L = \frac{L_{rd}}{k_r} (1 - e^{-k_r \frac{x}{\bar{U}}}) \quad \text{Equação (18)}$$

L_0 é dado por $\frac{Q_r \cdot C_r + Q_w \cdot C_w}{Q_r + Q_w}$; Q_r a vazão do rio [$L^3 T^{-1}$]; C_r a concentração de DBO no rio [ML^{-3}]; Q_w a vazão do efluente [$L^3 T^{-1}$]; C_w a concentração de DBO do efluente [ML^{-3}].

Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

Da mesma maneira se tem, para uma fonte pontual, a solução da equação do Déficit de OD, representada pela Equação 19 e, para uma fonte difusa, a Equação 20. Para demais fontes inseridas no sistema, Equação 21.

$$D = \frac{k_d \cdot L_0}{k_a - k_r} \cdot (e^{-k_r \frac{x}{\bar{U}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{U}}}) + D_0 e^{-k_a \frac{x}{\bar{U}}} \quad \text{Equação (19)}$$

$$D = \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r \cdot k_a} (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{U}}}) - \frac{k_d \cdot L_{rd}}{k_r (k_a - k_r)} (e^{-k_r \frac{x}{\bar{U}}} - e^{-k_a \frac{x}{\bar{U}}}) \quad \text{Equação (20)}$$

$$D = \frac{S_d}{k_a} \cdot (1 - e^{-k_a \frac{x}{\bar{U}}}) \quad \text{Equação (21)}$$

Oxigênio dissolvido (OD):

As concentrações de oxigênio dissolvido são encontradas subtraindo-se todo o oxigênio presente na água, chamado de oxigênio saturado, pelo déficit de oxigênio. Matematicamente, Equação 22:

$$C = C_s - D \quad \text{Equação (22)}$$

Uma vez definido o modelo, fez-se a transformação de suas equações para a sua forma *fuzzy*. Em outras palavras, foi estabelecido o modelo na sua forma “fuzzificada”, em que se permite avaliar o comportamento das diferentes variáveis de controle, como funções de pertinência.

3. Fuzzificação do modelo

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO):

$$\tilde{L} = \tilde{L}_0 e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\bar{U}}} \quad \text{Equação (23)}$$

$$\tilde{L} = \frac{\tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r} (1 - e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}}) \quad \text{Equação (24)}$$

Déficit de Oxigênio Dissolvido (Déficit de OD):

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_0}{\tilde{k}_a - \tilde{k}_r} \cdot (e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) + \tilde{D}_0 e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}} \quad \text{Equação (25)}$$

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r \cdot \tilde{k}_a} (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) - \frac{\tilde{k}_d \cdot \tilde{L}_{rd}}{\tilde{k}_r (\tilde{k}_a - \tilde{k}_r)} (e^{-\tilde{k}_r \frac{x}{\tilde{v}}} - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \quad \text{Equação (26)}$$

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{S}_d}{\tilde{k}_a} \cdot (1 - e^{-\tilde{k}_a \frac{x}{\tilde{v}}}) \quad \text{Equação (27)}$$

Oxigênio dissolvido (OD):

$$\tilde{OD} = \tilde{C}_s - \tilde{D} \quad \text{Equação (28)}$$

Os dados desta soma são representados, conseqüentemente, na forma de função de pertinência, sendo gerada uma distribuição de dados conhecida.

3.1 Composição das funções de pertinência

Antes de definir como será feito o cálculo do risco e da confiabilidade, é importante que se tenha ideia de como é estabelecida a composição das funções de pertinência. Deste modo, para esta pesquisa, optou-se por utilizar a distribuição *fuzzy* triangular, onde foram estimados os valores mínimo, médio e máximo de cada parâmetro “fuzzificado”, conforme o fator de variância estabelecido em outras literaturas.

Cada função de pertinência é calculada de maneira que seus extremos, valores mínimo, médio e máximo, sejam estabelecidos de forma arbitrária, ou obedecendo a alguma lógica de desvio padrão. Estes dados dependem muito da sensibilidade e conhecimento por parte do gestor. Neste estudo, foram utilizados valores de desvio padrão de 25% em que, definido o valor médio do número de base, os extremos são calculados. Assim, para o valor mínimo, o cálculo é de 0.75 do valor médio estabelecido, e o valor máximo é de 1.25. Exemplificando, tem-se o parâmetro “taxa de sedimento”, Tabela 1.

Tabela 1. Função de pertinência correspondentes a taxa de sedimento

Taxa de sedimento que entra no rio	$\mu_{S_d} = \frac{S_d - S_{dL}}{S_{dM} - S_{dL}}, \text{ para } S_{dL} \leq S_d \leq S_{dM}$
---------------------------------------	---

A ideia seguinte é transformar o modelo, ou melhor, as funções de pertinência geradas pela simulação do modelo, em um valor determinante de risco.

4. Cálculo do risco

O risco é um fator representado matematicamente por um valor numérico. A confiabilidade, por sua vez, é definida como sendo o complemento do fator risco. Desta maneira, para que se obtenha um valor numérico a partir de um modelo que gera uma distribuição numérica, ou conjunto de dados, será utilizada a ideia de Ganoulis (1994).

Para que seja feito o balanço hídrico, em que a função marginal de segurança é a diferença entre o impacto da carga lançada no rio e a sua capacidade suporte, \tilde{L} passa a representar a distribuição referente aos dados de saída gerados pelas equações da DBO ou OD, enquanto que \tilde{R} representa a distribuição de dados referente à capacidade suporte do rio, tanto para a DBO do rio como para o OD. É válido destacar que os valores de \tilde{R} são definidos pela legislação, e que, geralmente, são representados por um valor numérico. Por sua vez, a função marginal \tilde{M} também passa a ser estabelecida na configuração *fuzzy*, como forma de função de pertinência.

A ideia de se utilizar a função marginal de segurança é que, a partir dela, pode-se estabelecer o risco e a confiabilidade do sistema. Assim, o risco passa a ser caracterizado pela divisão da área que se encontra à esquerda do eixo das ordenadas, pela área total da função marginal. E a confiabilidade a divisão da área que se encontra à direita do eixo das ordenadas, pela área total da função marginal. Matematicamente, isto é dado pelas Equações 29 e 30.

Risco

$$R = \frac{\int_{-\infty}^0 \mu_{\tilde{m}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm} \quad \text{Equação (29)}$$

Confiabilidade

$$G = \frac{\int_0^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{m}}(m) dm} \quad \text{Equação (30)}$$

Onde $\mu_{\tilde{M}}$ representa a função de pertinência correspondente a função marginal de segurança; m representa um número real associado à função de marginal de segurança; e R_e e R_f representam os funcionais que dependem de várias funções, como variáveis dependentes.

Finalmente, para que seja possível resolver todo o cálculo matemático que envolve o modelo, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN, com suas respectivas sub-rotinas, para cada passo estabelecido.

5. Programa computacional

O programa permite a avaliação das variáveis de controle, na forma de função de pertinência, a análise de cada parâmetro do sistema, e a avaliação do risco de contaminação das águas de rios, através da metodologia *fuzzy*. Para que isto fosse possível, foram estabelecidas subrotinas com funções bem definidas, dentre elas estão:

Uma subrotina inicial, “leitura dos dados de entrada”, desenvolvida para se fazer a leitura de todos os dados referentes aos parâmetros do modelo, bem como os dados inseridos no cálculo das condições iniciais e de contorno; outra subrotina denominada “fuzzificação do modelo”, é responsável pela “fuzzificação” dos parâmetros do modelo, transformando dados numéricos em distribuições *fuzzy*; a subrotina subsequente trata do “cálculo das concentrações” referentes aos parâmetros estabelecidos no modelo. A partir desta subrotina são determinadas as concentrações na forma de função de pertinência o que, conseqüentemente, tornam as funções do modelo em funções *fuzzy*; em uma nova subrotina, são estabelecidos os “cálculos do risco e da confiabilidade” do modelo. Com isto, é possível que seja feita a análise do risco de contaminação das águas de um rio natural, por poluentes advindos de múltiplas fontes poluidoras; por fim, a última subrotina, “impressão dos resultados”, é responsável por imprimir os resultados do modelo tais como as concentrações de DBO e de OD ao longo do curso do rio, em função do tempo, o déficit de oxigênio ao longo do tempo, função marginal de segurança, cálculo do risco e da confiabilidade no espaço e no tempo.

Para verificar a eficácia do modelo computacional, esta metodologia foi aplicada em um cenário de estudo. A partir daí, pode-se entender o comportamento das variáveis de controle dentro do sistema, bem como verificar a influência de alguns parâmetros no modelo, e ainda fazer a avaliação do risco e da confiabilidade de contaminação das águas. Com isso, torna-se fácil entender o mecanismo que envolve sistemas de qualidade de água, e saber de que maneira o corpo hídrico pode voltar ao seu estado de equilíbrio.

6. Cenário de simulação

O cenário trata da análise da concentração de DBO, déficit de OD e concentração de OD para diferentes tipos de lançamento na seção de origem de um rio. Os dados do rio foram arbitrários, uma vez que o propósito é a análise da adição de diferentes fontes pontuais. Sendo assim, para este caso, a carga de DBO do efluente de uma fonte pontual variou entre 100 e 500 mg/L.

Nestas simulações, foi considerada ainda uma fonte difusa, proveniente do efeito do sedimento, de [0.7; 0.9; 1.1] mg/L e uma fonte difusa, correspondente de entradas laterais, de [1.5; 2.00; 2.5] mg/L, nas suas formas *fuzzy*, cujos valores médios tem o maior grau de pertinência. Os dados da simulação podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2. Dados dos parâmetros utilizados na simulação do Cenário 1

Parâmetros	Unidade
Vazão média do efluente (fonte pontual)	40,000.00 m ³ .d ⁻¹
Concentração de OD do efluente (fonte pontual)	1.00 mg/L
Largura média do rio	20.00 m
Vazão média do rio	400,000.00 m ³ .d ⁻¹
Profundidade média do rio	3.00 m
Comprimento do rio	50,000.00 m
Concentração de DBO no rio	2.00 mg/L
Concentração de OD no rio	7.50 mg/L
Temperatura média do rio	27 °C
Coefficiente de reaeração	[1.60; 2.10; 2.60] d ⁻¹
Coefficiente de decaimento da DBO com a interferência do rio	[0.67; 0.89; 1.11] d ⁻¹
Coefficiente de decaimento da DBO sem a interferência do rio	[0.45; 0.60; 0.75] d ⁻¹
Limites de DBO permitidas (legislação)	[4; 5; 7] mg/L

Resultados e discussões

Utilizando o programa computacional desenvolvido para esta pesquisa, foram feitas as análises da concentração de DBO, déficit de OD e concentrações de OD, para diferentes tipos de lançamento na seção de origem do rio. Por conseguinte, na primeira simulação, ilustrada pela Figura 1, verifica-se o comportamento da concentração de DBO para diferentes lançamentos na seção de origem do rio. Deve ficar claro que, para todos os gráficos de concentração apresentados, foram considerados os valores com grau de pertinência 1.

Na Figura 1, é possível ver que quanto maior for a carga de DBO lançada no rio (CW), maior será a distância para que este lançamento se dissipe. Pode-se verificar, portanto, a coerência dos resultados gerados pelo programa, uma vez que quanto maior for a massa distribuída, maior o tempo de diluição desta massa no fluido.

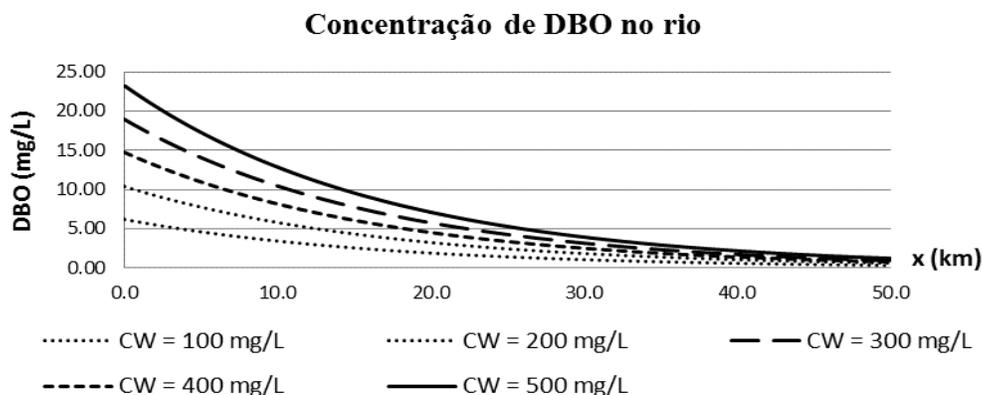


Figura 1. Comportamento da DBO lançada na seção de origem do rio

O mesmo ocorre ao analisar o déficit de OD, Figura 2. Nesta figura, pode-se ver o aumento do déficit de oxigênio dissolvido no início do lançamento, chegando a valores máximos próximo da seção a 10 km. Conforme a carga de DBO se dissipa, os valores de déficit voltam a ser os mesmos que aqueles antes do lançamento. Em outras palavras, ocorre diluição da nuvem poluente ao longo do rio, de maneira que a distribuição da concentração de DBO atinja a uniformidade.

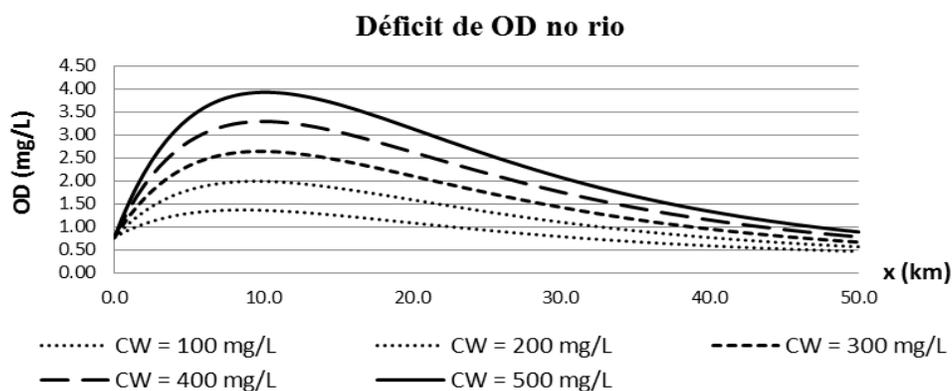


Figura 2. Comportamento do déficit de OD após o lançamento da carga de DBO

O déficit de OD pode ser visualizado na sua forma *fuzzy*, Figura 3, cujos valores com grau de pertinência zero são aqueles com menor possibilidade de ocorrência, enquanto que aqueles próximos ao grau de pertinência 1 têm maior possibilidade de ocorrência.

Déficit de OD a 10 km da seção inicial do rio

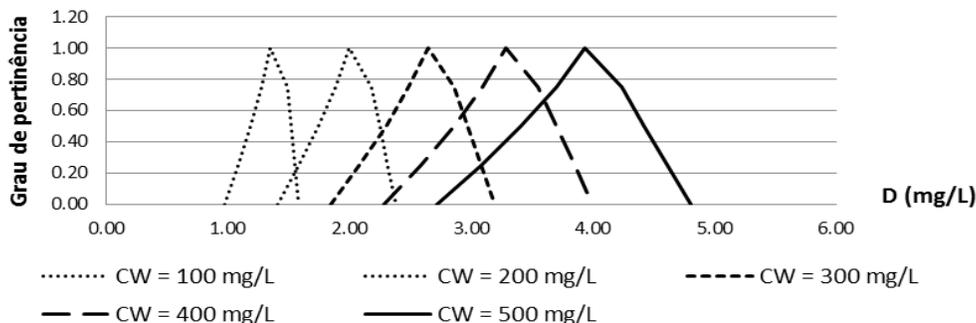


Figura 3. Déficit de OD após o lançamento da carga de DBO, na forma *fuzzy*, a 10 km da seção de origem do rio

Para entender como se configura a função de pertinência, tem-se a simulação do déficit de OD. A Figura 4 ilustra o comportamento do déficit de OD para diferentes graus de pertinência.

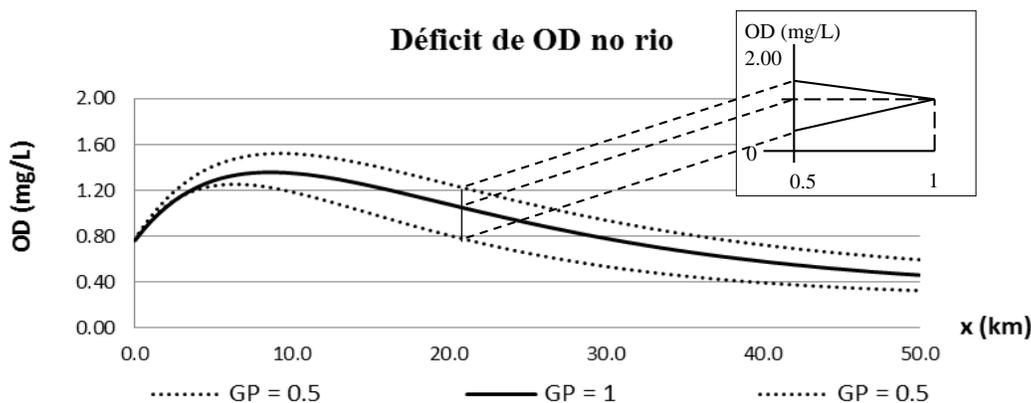


Figura 4. Comportamento do déficit de OD, para diferentes graus de pertinência

As linhas inferior e superior ilustradas na Figura 4 representam os valores da concentração para o nível de pertinência igual a 0.5. Entre essas duas linhas, observa-se a região de corte para os números *fuzzy* com graus de pertinência superior a 0.5. Em outras palavras, qualquer concentração presente entre esta região, tem o grau de pertinência superior a 0.5, o que indica a região de maior possibilidade de ocorrência dos valores de concentração. A distância entre essas duas linhas representa a largura da base dos números *fuzzy* com graus de pertinência maior ou igual a 0.5. Como exemplo, nota-se a linha central da figura, que representa os valores da concentração com grau de pertinência 1.

A análise seguinte, Figura 5, estuda o comportamento da concentração de OD do rio, para diferentes lançamentos na seção de origem. Considerando que as concentrações de oxigênio dissolvido são calculadas a partir da diferença entre o oxigênio saturado e o déficit de OD, o gráfico gerado representa exatamente o oposto do que ocorre com o déficit. Sendo assim, os valores de concentração de OD são menores na seção a 10 km da seção de origem do rio. Esta seção tem uma especial relevância para as análises de OD por se tratar do ponto crítico da curva de OD, onde ocorre o início da recuperação, ou autodepuração, do rio. A partir deste ponto, o balanço de oxigênio passa a ser positivo.

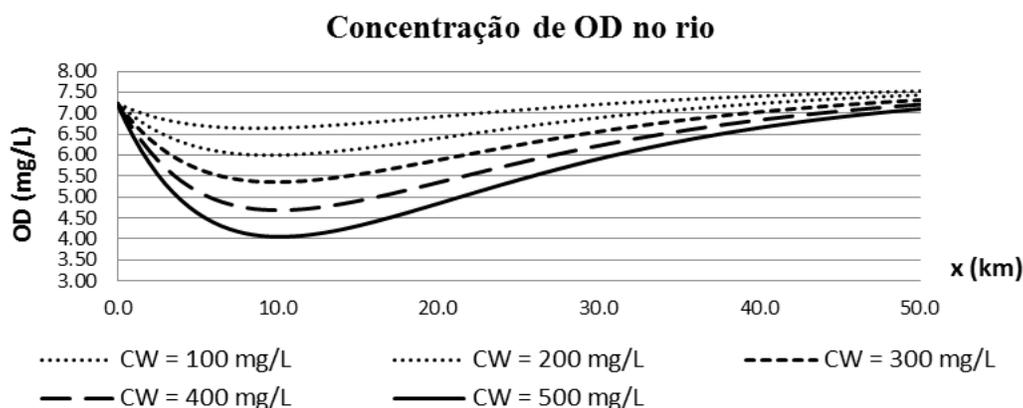


Figura 5. Comportamento da concentração de OD após o lançamento da carga de DBO

Pode-se ver também, na Figura 5, que quanto maior for a carga de DBO lançada no rio, menor será a concentração de oxigênio dissolvido. Ou seja, quanto maior a nuvem de poluentes, maior será o consumo de oxigênio dissolvido, ou déficit de oxigênio dissolvido, e menor as concentrações de oxigênio presentes na água. Estes resultados estão em conformidade com o que acontece na mecânica dos rios, (Chapra, 1997), o que demonstra a coerência nos resultados esperados e, conseqüentemente, a eficácia do programa desenvolvido.

A função marginal de segurança é calculada a partir da diferença entre a resistência do rio, dados previstos na legislação, e a equação de Streeter-Phelps na forma *fuzzy*. Com isto, é possível entender como são calculados os valores do risco, Figura 6, e da confiabilidade, Figura 7.

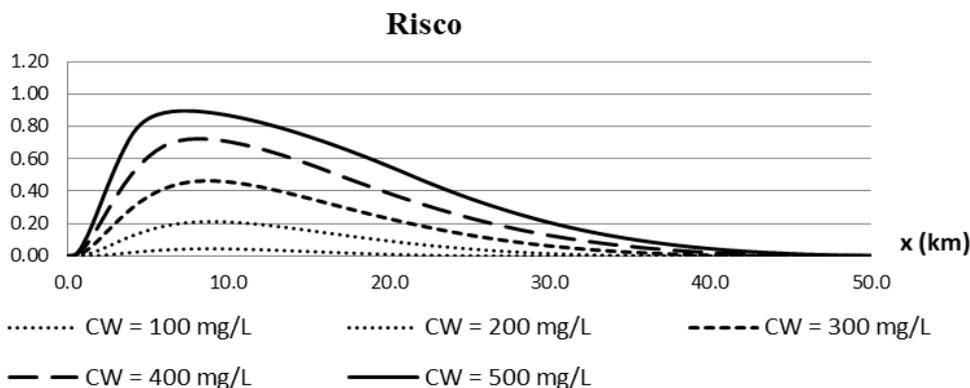


Figura 6. Comportamento do risco de contaminação das águas

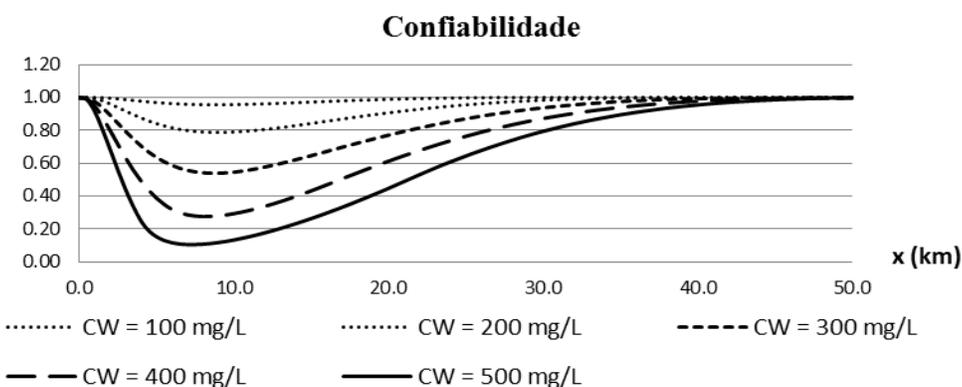


Figura 7. Comportamento da confiabilidade

Uma vez que o risco é medido pela divisão entre as áreas à esquerda do eixo das ordenadas da função marginal de segurança, pela área total da função marginal, observa-se que os valores do risco, para cargas maiores lançadas no rio, são bem mais elevados. Pode-se ver também que a seção de maior risco, aproximadamente a 10 km da seção de origem do rio, obedece aos valores de concentração de DBO e déficit de OD. A partir destes resultados, também se verifica a coerência do modelo estabelecido na pesquisa.

Para o gráfico da confiabilidade, Figura 7, observa-se exatamente o comportamento oposto ao do risco de contaminação das águas, visto na figura anterior. A garantia de que não ocorrerá a contaminação da água tem o seu menor valor próximo a seção a 10 km da seção de origem do rio.

Conclusões e recomendações

Os resultados gerados a partir da aplicação do modelo fuzzificado de Streeter-Phelps, para fontes pontuais, possibilitaram estabelecer algumas conclusões:

Quanto a aplicação da Teoria *Fuzzy* no cálculo do risco de contaminação das águas de rios sujeitos a lançamento de efluentes. Observou-se que esta teoria é eficiente em estudos onde se tem dificuldade de determinar os valores dos parâmetros envolvidos no sistema de forma precisa. Os dados do modelo, utilizando esta teoria, são inseridos em forma de nuvem, valores nebulosos, em se tem valores mais prováveis e menos prováveis de ocorrência. Por este motivo, utilizar esta lógica matemática como proposta de estabelecer um indicador ambiental facilitador de tomada de decisão, o risco, a partir das equações de Streeter-Phelps, é de grande valor científico e, pelos resultados apresentados, viu-se que é possível serem feitas estas simulações.

Pela análise do cenário de estudo, em que contempla a inserção de cargas pontuais lançadas na seção de origem do rio, verificou-se que a quantidade de carga lançada tem influência no tempo de diluição desta massa no sistema. Assim, para valores maiores de lançamento, menor será o tempo de diluição desta carga no sistema, favorecendo os processos de decaimento e a posterior formação da camada bentônica.

Por fim, os resultados do modelo desenvolvido, atrelado a aplicação da lógica *fuzzy*, mostraram-se satisfatórios, cujos gráficos gerados para as variáveis de controle estão em conformidade com o que se encontra na literatura, Thomann (1989), por exemplo.

Os autores sugerem que seja desenvolvido um estudo em que a temperatura, na sua forma *fuzzy*, seja incorporada nas equações do modelo, de modo a verificar o comportamento da temperatura nos resultados de risco ambiental.

Referências bibliográficas

- Bahadori, A., Vuthaluru, H. B. (2010) Simple Arrhenius-type function accurately predicts dissolved oxygen saturation concentrations in aquatic systems, *Process Safety and Environmental Protection*, **88**(5), 335–340.
- Chapra, S.C. (1997) *Surface Water-Quality Modeling*, Series in Water Resources and Environmental Engineering, McGraw-Hill, New York.
- Dobbins, W.E. (1964) BOD and oxygen relationship in streams, *J. Sanit. Eng. Div. Proc. Am. Soc. Civ.Eng.*, **90**, 53–78.
- Ganoulis, J., Duckstein, L., Bogardi, I.(1991) Risk Analysis of Water Quantity and Quality Problems: The Engineering Approach. In: Ganoulis (Ed.), *Water Resources Engineering Risk Assessment*, Nato ASI Series, Serie G: *Ecological Sciences*, **29**, 3-17.
- Ganoulis, J.G. (1994) *Engineering risk analysis of water pollution. Probabilities and Fuzzy sets*. VCH publishers Inc. Weinheim; New York; Basel; Tokyo.
- Howitt, J.A., Baldwin, D.S., Rees, G.N., Williams, J.L., (2007) Modelling blackwater: Predicting water quality during flooding of lowland river forests, *Ecological modelling*, **203**, 229–242.

- Huang, G.H., Baetz, B.W., Patry, G.G. (1993) A gray fuzzy linear programming approach for municipal solid-waste management planning under uncertainty. *Civ Eng Syst*, **10**(2), 123–46.
- Karmakar, S., Mujumdar, P.P. (2007) A two-phase grey fuzzy optimization approach for water quality management of a river system, *Advances in Water Resources*, **30**(5), 1218–1235.
- Kaufmann, A., Gupta, M.M. (1988) *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*, Elsevier Science Publishers, United States.
- Klir, G., Yuan, B. (1995) *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*, Prentice Hall, New Jersey, 574pp.
- Mailhot, A., Villeneuve, J.P. (2003) Mean-value second-order uncertainty analysis method: application to water quality modelling, *Advances in Water Resources*, **26**(5), 491–499.
- Mannina, G., Viviani, G. (2010) Water quality modelling for ephemeral rivers: Model development and parameter assessment, *Journal of Hydrology*, **393**(3-4), 186–196.
- Mesbah, S.M., Kerachian, R., Torabian, A. (2010) Trading pollutant discharge permits in rivers using fuzzy nonlinear cost functions, *Desalination*, **250**(1), 313–317.
- O’connor, D.J. (1967) The temporal and spatial distribution of dissolved oxygen in streams. *Water Resour. Res.*, **3**(1), 65-79.
- Pimpunchata, B., Sweatmanc, W. L., Wakec, G.C., Triampod, W., Parshotame, A. (2009) A mathematical model for pollution in a river and its remediation by aeration, *Applied Mathematics Letters*, **22**, 304-308.
- Qin, X.S., Huang, G.H., Zeng, G.M., Chakma, A., Huang, Y.F. (2007) An interval-parameter fuzzy nonlinear optimization model for stream water quality management under uncertainty, *European Journal of Operational Research*, **180**, 1331-1357.
- Rentería, A.R. (2006) *Estimación de Probabilidade Fuzzy a partir de dados imprecisos*. Tese Doutorado em Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 94pp.
- Sperling, V.M. (2007) *Estudos e modelagem da qualidade da água de rios*, DESA/UFMG, Belo Horizonte- MG.
- Thomann, R.V. (1989) Bioaccumulation model of organic chemical distribution in aquatic food chains, *Environ. Sci. Technol.*, **18**, 67–71.
- Vieira, V.P.P.B. (2005) *Análise de Risco em Recursos Hídricos. Fundamentos e Aplicações*, BBRH, Porto Alegre, 372pp.