

# SUCESIONES

## ¿PODEMOS VIVIR SIN ELLAS?



Carlos Polanco y Jorge Alberto Castañón González

**Iniciemos** por responder: ¿Qué es una sucesión? Esencialmente es un conjunto *ordenado* de objetos o números, por ejemplo:  $S_1 = 1, 2, 3, 4$ ,  $S_2 = 4, 3, 2, 1$  y  $S_3 = A, B, C, H$ . Note que aunque estas sucesiones constan de cuatro *términos*, ellas son diferentes entre sí debido al orden de sus términos; mientras que el primer término de  $S_1$  es 1, en  $S_2$  el primer término es 4, y en  $S_3$  el primer término no es ni siquiera un número, sino la letra A. Aunque esta primera introducción nos haría pensar que podemos vivir al margen de las sucesiones, y que es un tema que deben de tratar únicamente los matemáticos, en realidad todos las empleamos diariamente: ordenamos en la cocina las especias agrupándolas en envases distintos, las noticias en los diarios se agrupan en secciones, ¡y el colmo!, a nosotros nos ordenan por el resultado de nuestras evaluaciones en el colegio. ¿Además de estos usos, ¿existirán otros más importantes? ¿O su uso está destinado solamente a actividades secundarias?

Aquí citamos algunos hechos relevantes, juzgue usted mismo:

En 1202 Leonardo Fibonacci explica en su libro *Liber Abaci* el crecimiento poblacional de conejos a partir de una *sucesión*, la cual hoy lleva su nombre: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144... día a día se encuentran más coincidencias entre esta *sucesión* y eventos relevantes en la Naturaleza. Considere que las flores con 2 pétalos, o 3 pétalos, o 5 pétalos, entre otras, abundan en la naturaleza, pero muy rara vez en un número que no se encuentre en esta *sucesión*.

En 1911 Ejnar Hertzsprung y Henry Norris Russell establecen la relación entre la luminosidad y el color de las estrellas, y la expresan como una *sucesión*, conocida como Diagrama de Hertzsprung-Russell. Esta sucesión es fundamental en Astronomía para entender la evolución estelar, y cómo las estrellas se agrupan en regiones particulares del espacio. La Astronomía no se entendería sin esta sucesión.

En 1958 James Watson y Francis Crick dan a conocer que la información genética de todos los seres vivos se

encuentra expresada como una sucesión formada de cuatro *términos*, llamados nucleótidos. Las implicaciones de este descubrimiento hoy día siguen aportando resultados sorprendentes. Disciplinas como la Genómica y la Medicina personalizada son resultado del estudio de estas sucesiones.

El desarrollo de la Civilización debe sin lugar a dudas mucho a la aplicación y conocimiento de las sucesiones. De hecho, el desarrollo del Cálculo Diferencial e Integral es resultado de una búsqueda intensa por entender las sucesiones que comprenden un número infinito de términos, y la suma de esos términos.

Si cree, estimado lector, que las sucesiones de términos infinitos no causan sobresaltos, observe el comportamiento de la siguiente: Considere los siguientes términos: 1, -1, 1, -1, 1, -1, ... y así sucesivamente. Seguramente una rápida inspección de ésta le llevaría a asegurar que si esos términos se suman el resultado sería cero, debido a que la suma de los dos primeros términos  $\{1, -1\}$  es cero, y ello se repite un número infinito de veces.

Pero existe otra posible respuesta. Separe el primer término de esa sucesión  $\{1\}$ , y ahora agrupe por pares los términos restantes, esos términos son  $\{-1, 1\}$ , los cuales se repiten un número infinito de veces, y cuya suma resulta ser cero. Entonces la suma infinita de esa misma sucesión ahora resulta ser uno y no cero. Estos sorprendentes resultados derivan de considerar un número infinito de términos. ■

**Carlos Polanco** (Ciudad de México, 1958). Mexicano, matemático y profesor de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Desde el año 2007 desarrolla modelos estocásticos predictivos orientados a: epidemiología matemática, proteómica computacional y origen de la vida.

**Jorge Alberto Castañón González** (Ciudad de México, 1957). Mexicano, médico internista e intensivista por la Universidad Nacional Autónoma de México. Es profesor de Medicina e investigador en los Departamentos de Medicina Crítica e Investigación Biomédica del Hospital Juárez de México. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.