

Cómo atrapar un león (2a. y última parte)

En esta segunda parte se presentan otros 18 métodos para atrapar leones, pero, por supuesto no son los únicos, ¿usted sugiere alguno?.

JOHN BARRINGTON *

17. El Método de Espacios cubrientes.

Cubrimos el león por un espacio cubriente simplemente conexo. Dado que éste no tiene hoyos, el león está ¡atrapado!

18. El Método de teoría de juegos.

El león es un gran juego, por tanto es efectivamente un juego. Existe entonces una estrategia "óptima". Sigámosla.

19. El Método de Feit-Thompson.

Nos fijamos en el número de leones que hay en el desierto, si es necesario agregamos uno, para hacer que el total sea un número impar. Luego esto hace que el problema tenga solución¹.

Veamos ahora resultados más recientes que no han sido publicados hasta el momento.

20. El Método de la teoría de Campos.

Irriguemos el desierto y sembremos pasto para convertirlo en un campo. Es

1. W. Feit and J. G. Thompson. "Solvability of groups of odd order", *Pacific J. Math.* 1963.

* John Barrington, "15 new ways to catch a lion", *Manifold* 18, 1976, traducción de Radmila Bulajich y José A. Gómez, profesores de carrera del Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM

trivial capturar un león cero, por tanto supongamos que el león es diferente de cero ($L \neq 0$). Dado que éste, está en el campo tiene inverso L^{-1} . Podemos localizar al elemento 1 exactamente a la derecha del centro del subcampo primo. Apresémoslo y descompongamos éste en LL^{-1} y desechemos a L^{-1} . (Observación. Los griegos usaban la convención de que el producto de 2 leones es un rectángulo, no un león; el producto de 3 leones es un sólido y así sucesivamente. Es inmediato de esto que todo león es trascendente. Las matemáticas modernas han rechazado esta convención y son los leones ahora algebraicos).

21. El Método Categórico.

Tomemos la categoría cuyos objetos son los leones en el desierto con morfismos triviales. Los leones forman un conjunto, luego ésta es una categoría pequeña (descartemos los leones que sean gatos grandes) y puede ser encajada en una categoría concreta². Hay un factor olvidadizo de esta categoría concreta a la categoría de conjuntos. Este deja lo concreto y atrapa los leones encajados.

22. El Método de descenso infinito.

Probemos por descenso

2. P. Freyd. "Abelian Categories"

infinito la siguiente afirmación: $L_n =$ "es posible capturar n-leones". Esta afirmación es desde luego válida para n-suficientemente grande ya que los leones en este caso están comprimidos y no tienen lugar para escapar. Pero trivialmente L_{n+1} implica L_n pues si ya capturamos n+1 leones, podemos soltar uno. Por tanto, por descenso infinito L_1 es verdadera. Luego es posible capturar un león.

23. Otro Método Topológico.

Demósle la siguiente topología al desierto: un





conjunto es cerrado si y sólo si este es el desierto completo o bien no contiene leones. El conjunto de leones es ahora denso. Ponga una jaula abierta en el desierto; por densidad contiene un león. ¡Cerrémosla rápidamente!

24. El Método de Moore-Smith.

Igual como lo hicimos con el método de la topología general* pero ahora el método es aplicable a desiertos no separables. El león no puede ser atrapado con una sucesión, pero si con una red.

25. Para aquellos que insisten con sucesiones. Es bien sabido que un león

* Ver Revista Ciencias No. 3, p. 8.

real no es compacto y por tanto contiene sucesiones no convergentes. Para salvar esta situación, sea Ω el primer ordinal no numerable y coloquemos una copia del león dado, entre α y $\alpha+1$ para todo ordinal α . Tenemos ahora un "león largo" en el cual es bien sabido que todas las sucesiones convergen³. Procedamos ahora como el método de la topología general.

26. El Método del anillo de grupo.

Sea G el conjunto de leones; Γ el grupo libre en G y $Z\Gamma$ su anillo de grupo. Los leones están ahora en un anillo, luego son leones de circo,

3. Kelley. General Topology, Van Nostrand.

entonces están amaestrados.

27. El Método de Bourbaki.

Observemos que la captura de un león en el desierto es un caso particular de un problema mucho más general. Formulemos este problema y encontremos condiciones necesarias y suficientes para su solución. La captura de un león es ahora un corolario trivial de la teoría general, la cual debemos escribirla explícitamente.

28. El Método de Hasse-Minowski.

Consideremos el problema de atrapar un león módulo p , con un p primo. Siendo solamente un número finito de posibilidades, el problema puede resolverse. Haciendo el caso para toda p , podemos entonces resolver el problema original⁴. (Observación: este método es más efectivo para atrapar leones cuadráticos).

29. El Método PL.

El león es una 3-variedad no vacía con frontera. Triangulemos el león y hagamos de éste una PL-variedad. Podemos pues (engolar) al león⁵ que es exactamente lo que queríamos.

30. El Método de Singularidades.

Consideremos al león en el plano. Si éste es un león regular sus hábitos regulares nos facilitan el atraparlo, digamos en un hoyo. Si por el contrario es un león singular, como las singularidades estables son densas, podemos suponer que el león es estable. La singularidad no tiene auto-intersecciones, pues una autointersección del león es claramente absurda. Entonces esto debe ser una cúspide. Complexifiquemos o intersectemos con una

4. J. Milnor and D. Husemoller. Symmetric Bilinear forms, Springer, 1973

5. C. P. Rourke and B. J. Sanderson Introduction to piecewise linear topology. Springer 1973.

esfera; esto nos da un nudo trébol. Como en el método topológico* el león es ahora fácilmente capturable.

31. El Método de Teoría de la Medida.

Supongamos que ningún león puede capturarse. Luego los leones capturables son imaginarios, por tanto todos los leones son reales. En cualquier león real L existe una medida invariante no trivial ν , a saber una medida de Lebesgue o de Haar. Luego por ⁶, $\nu \times \nu$ es una medida de Baire en $L \times L$. Pero el producto de leones no puede ser un "bear" (oso),** luego la medida de Baire de $L \times L$ es cero; entonces $\nu = 0$ que es una contradicción. Por lo tanto algún león puede ser capturado.

32. El Método de las Paralelas.

Elija un punto en el desierto y tome un león dócil, pero que no pase por el punto. Hay 3 casos que considerar:

- a) Si la geometría es euclídeana; entonces existe un único león paralelo que pasa por el punto elegido. Atrapémoslo a su paso.

* Ver Revista Ciencias No. 3, p. 8

** Dado que la parte graciosa de estos métodos se encuentra en un juego de palabras en inglés, nos vimos forzados a dejar éstas en su forma original. (n. t.)

6. S. K. Berberian Topological groups.

- b) Si la geometría es hiperbólica, el mismo método que utilizamos en (a) nos ayudará a atrapar una infinidad de leones.

- c) Si la geometría es elíptica, en este caso no hay leones paralelos y todo león intersecta a otro león. Sigamos al león dócil y atrapemos a cada león que lo intersecte. De esta manera capturaremos todos los leones del desierto.

33. El Método de Thom-Zeeman.

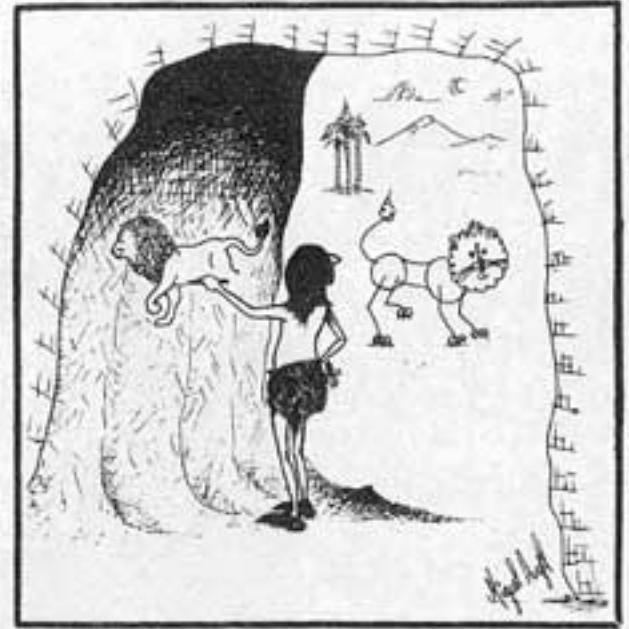
Un león libre en el desierto es obviamente una catástrofe⁷. El espacio central tiene 3 dimensiones (dos para su posición en el desierto, y una para el tiempo) y otra de comportamiento (que está parametrizada por un león). Por tanto de la lista de catástrofes elementales de Thom es una "swallowtail".* Un león "which has swallowed its tail" (que se ha tragado su propia cola) no está en condiciones de escapar.

34. El Método Australiano.

Los leones son criaturas muy

* En la literatura matemática esta catástrofe se conoce como, "cola de golondrina".

7. Ver MANIFOLD-14 para una introducción a la teoría de catástrofes, y MANIFOLD-15 para una continuación después.



variadas, entonces hay una variedad de leones en el desierto. Esta variedad debe tener leones libres⁸ y estos no satisfacen identidades no triviales. Seleccionemos un león y vayamos a la Delegación a registrarlo (digamos, como "León" a secas). Ahora tiene una identidad trivial por tanto no libre. Si no está libre tiene que estar cautivo (si pensamos que "León" es una identidad trivial, llamémoslo "Albert Einstein").

Hay varias cosas que resta comentar; si tienes algún método diferente para atrapar leones o quizás comentar, aclarar o quieres que se discuta algo de los anteriores, nos gustaría que lo hicieras saber a la revista. ⊕

8. Hanna Neumann. Varieties of groups. Springer 1972.

BOLETIN DE ENSEÑANZA



CENTRO DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

BOLETIN DE ENSEÑANZA

El Boletín de Enseñanza es una publicación bimestral del Departamento de Física que tiene como propósito difundir entre profesores y estudiantes de Física y Matemáticas, temas de interés para la enseñanza de estas dos disciplinas a nivel superior y medio superior, principalmente. Colaboran con esta revista, estudiantes y profesores de la Facultad de Ciencias, profesores de Preparatoria y CCH e investigadores de centros e institutos de la UNAM. Es una revista abierta a todo el público interesado en difundir sus ideas, preocupaciones y experiencias relativas a la enseñanza de la Física y las Matemáticas, que tiene amplia circulación en nuestro país y que también llega a algunos otros lugares de América, Europa y Asia.

Su distribución es gratuita y puede solicitarse al Centro de Enseñanza de la Física, 2º piso del Departamento de Física, Facultad de Ciencias, UNAM, Apartado Postal no. 70-542, México, D. F., 04510, México.