

El razonamiento



matemático de Mendel

El hallazgo y redescubrimiento al inicio del siglo xx de los principios que rigen la transmisión de los caracteres hereditarios que realizó brillantemente Gregor Johann Mendel entre 1857 y 1865 constituye un momento estelar en el desarrollo de la biología moderna. Desde que las denominadas “leyes de Mendel” fueron reconocidas por la gran mayoría de la comunidad científica internacional, no han faltado críticos que pongan en duda la pulcritud de la información, en particular de los datos de campo sobre los especímenes observados (chicharos domésticos), que el abad de Brüenn, Austria (localidad que en el presente, con el nombre de Brno, pertenece a la República Checa) reportó en su célebre artículo de 1865, “Experimentos sobre la hibridación de plantas”, en un boletín naturalista local.

El primero en mencionar posibles errores tanto en las observaciones como en los registros que reportó Mendel, fue Ronald A. Fisher —inventor del análisis de variancia y el promotor más importante del diseño experimental

moderno. En 1936, cuando apareció su libro *The design of experiments* obra sumamente influyente en biología experimental, publicó un artículo en donde critica con gran agudeza los datos reportados por el padre de la genética. Sus objeciones se centran en las variancias mínimas que aparecen en la descendencia de las plantas híbridas, ya que, de acuerdo con otros estudios realizados a principios del siglo xx, éstas deberían mostrar una variación de al menos cinco por ciento. Fisher duda de la gran perfección matemática de los resultados originales, pues para casos de descendencia cuya proporción es 1:2:1 (que es la síntesis numérica teórica para las proporciones de la descendencia de las plantas híbridas establecida en la segunda ley de Mendel), más bien debería ser de 0.95:1.9:1.

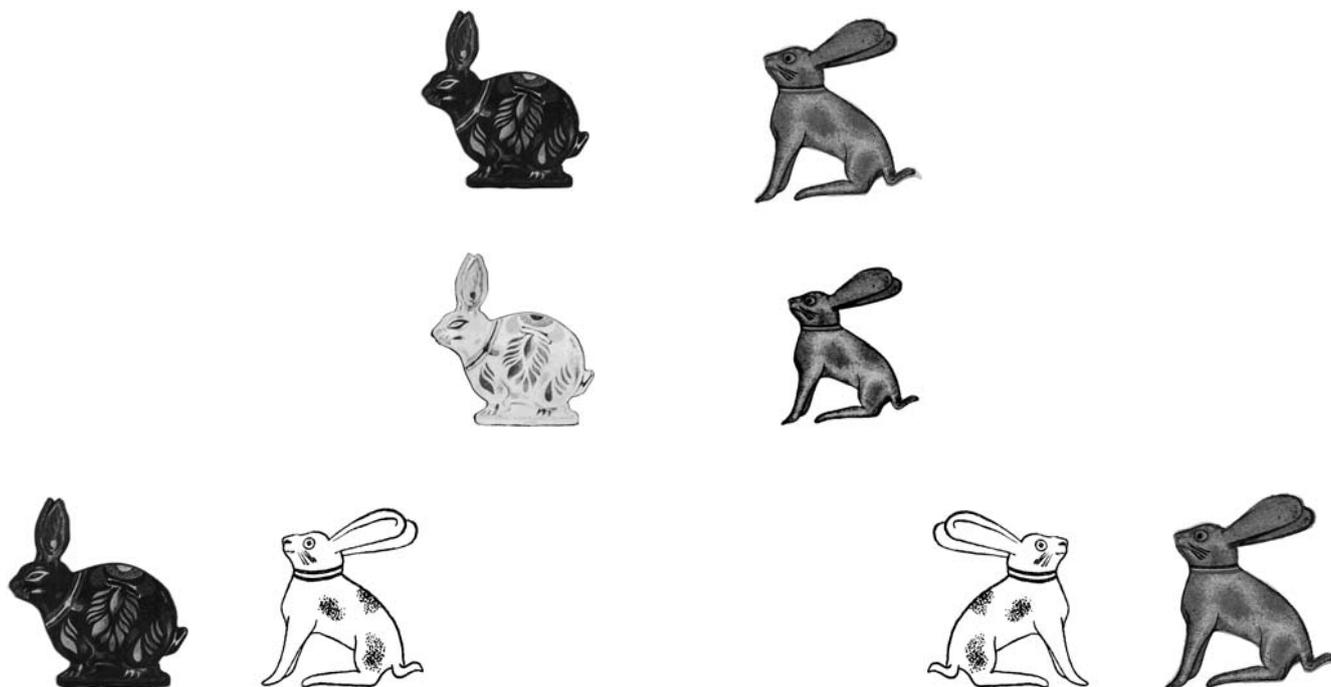
Recordemos que las llamadas leyes de Mendel no fueron consideradas como tales por su autor; fueron los entusiastas del mendelismo quienes durante la década de los veinte del siglo pasado las denominaron así, y sin que se formulara al respecto ninguna ob-

jeción seria. La primera de ellas, conocida como ley de la uniformidad, establece que si se cruzan dos razas puras para un determinado carácter, los descendientes de la primera generación son todos iguales entre sí —igual fenotipo e igual genotipo— e iguales en fenotipo a uno de los progenitores. La estabilidad genética aparente sólo podrá alterarse debido a la aparición de una mutación.

La segunda ley, de la segregación, establece que los caracteres recesivos, al cruzarse dos razas puras diferentes, quedan ocultos en la primera generación —en donde toda la descendencia pareciera ser igual— y reaparecen en la segunda —si hay autofertilización— en proporción de uno a tres respecto de los caracteres dominantes. Los individuos de la segunda generación que resultan de los híbridos de la primera generación son diferentes en fenotipo —aunque éste puede enmascarse por el carácter dominante, lo que debe verificarse en otra autocruza de prueba— en la proporción siguiente: 1 (individuos “puros” con el carácter



Conrado Ruiz Hernández



dominante) : 2 (individuos híbridos, en donde puede expresarse el carácter dominante u otra característica diferente a la de los “puros”) : 1 (individuos “puros” con el carácter recesivo). El análisis matemático de esta ley constituye el tema de este artículo.

La tercera ley, de la independencia de los caracteres, establece que los caracteres son independientes y se combinan al azar; es decir, que en la transmisión de dos o más caracteres, cada uno de ellos se transmite de manera independiente y se pueden combinar de todos los modos posibles.

El contexto de las leyes

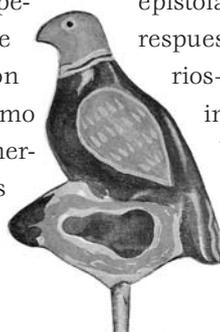
El planteamiento altamente eficaz de los diseños que aplicó Mendel dejan ver su gran experiencia en el manejo práctico de las plantas. Hijo de campesinos, creció entre las labores del campo, ayudando a sus padres, por lo que sabía del manejo de plantas y animales de interés agropecuario. A diferen-

cia de otros científicos influyentes de la misma época, como por ejemplo el ortogenista Karl Nägeli —al parecer un académico pedante y de pensamiento proclive al engorro, quien creía que la evolución se orientaba siempre hacia lo correcto, a quien el monje genetista mandó sus manuscritos preliminares con el objeto de conocer la opinión de un experto y sin obtener respuesta satisfactoria—. Mendel no evitaba ensuciarse las manos con tierra y estiércol, pero además, gracias a su formación religiosa, era una persona erudita en teología, pedagogía, matemáticas y botánica.

Sin embargo, Mendel no era un científico profesional, y su condición de clérigo le impedía asumir una postura más aguerrida para difundir y defender sus hallazgos. Sus experimentos debieron realizarse seguramente con discreción extrema y evitando al máximo contravenir las ideas de sus hermanos de hábito, agustinos

—una orden religiosa dedicada principalmente a la enseñanza— y, por supuesto, a sus superiores. Hay indicios de que tanto el emperador de Austria (en ese entonces Brno pertenecía a ese país) como el Vaticano, lo mantenían bajo una vigilancia moderada. Cabe preguntarse lo que pudo haber pasado si Mendel hubiera tenido un papel más protagónico y decidido para enarbolar sus ideas, y el impacto que hubiera tenido en las de Carlos Darwin —no olvidemos que las leyes de la herencia constituyen el eslabón que le hacía falta a la teoría de la evolución.

Se sabe que Mendel difundió separatas de su trabajo publicado, así como algunos datos de sus avances posteriores, manteniendo intercambio epistolar —aunque con una mínima respuesta por parte de sus destinatarios— con botánicos y naturalistas importantes en esa época. ¿Le habrá enviado a Darwin su trabajo? En 1959, Elizabeth



Gasking realizó una indagación sumamente interesante sobre si realmente Mendel pasó inadvertido entre los años 1866 y 1899. Se tiene confirmación de que durante ese periodo se le citó al menos seis veces en trabajos importantes de científicos acreditados (aunque de manera tangencial y sin concederle la importancia debida). En esta contabilidad tenemos que descontarle una autocita de su primer artículo, que él incluyó en el segundo, titulado “Híbridos de *Hieracium* obtenidos por fertilización artificial” y publicado en 1869, en donde menciona con mucha prudencia los trabajos de Darwin, citándolo. Cabe preguntarse si verdaderamente pasó inadvertido o, más propiamente, incomprendido.

Los datos y el modelo matemático

En sus artículos, Mendel realiza descripciones de los procedimientos que empleó y de las dificultades que debió sortear, en particular para asegurarse de que las cruza controladas por él no se contaminaran con el polen de otras plantas. No obstante, a pesar de que estos experimentos se hicieron en los terrenos de un monasterio, el autor no hace mención a problemas de plagas o a contingencias debidas a factores climáticos —por ejemplo, la mortalidad de los especímenes—, lo cual despertó la sospecha de algunos genetistas, como el mismo Fisher.

En uno de los experimentos de Mendel se menciona que de 1 060 semillas provenientes de plantas híbridas —es decir que compartían las características de tallo largo y corto, pero con dominancia de la primera, esto es, de tallo largo—, de las cuales tendría que haberse seleccionado al azar alrededor de una semilla por planta del conjunto progenitor, se ob-



tuvieron 277 de tallo corto y 783 de tallo largo, lo que da la proporción 1 a 2.83, cuando la predicción es de 1 a 3. Debe tomarse en cuenta que de las 783 plantas con tallo largo sólo del orden de 1/3 serían “puras” (lo que tendría que comprobarse al autopolinizarlas nuevamente) y los otros 2/3 serían híbridas. Para conservar la proporción idealizada de 1 (largas puras) : 2 (híbridas) : 1 (cortas puras), que es lo que procura demostrar Mendel, se requerirían los siguientes valores: 277 (con tallo largo y puras) : 506 (híbridas con tallo largo) : 277 (con tallo corto y puras). La proporción queda así: 1:1.83:1. Obviamente, la coincidencia exacta de las cantidades colocadas en los extremos es estadísticamente inadmisibles. En efecto, sí parece haber algunas inconsistencias en los datos reportados, pero a mi modo de ver, Mendel buscaba determinar empíricamente la tendencia que mostraban las respectivas descendencias quizás persiguiendo un modelo teórico preconcebido (lo cual no es criticable).

Ahora bien, el logro con datos de campo reales de la proporción exacta 1:2:1 es propiamente una imposibilidad matemática (el equivalente genético de la cuadratura del círculo). Si se obtuvieran datos reales —en condiciones de laboratorio y con organismos más controlables— que fueran cercanos a 0.95:1.9:1, sería espléndido. El linaje representado por la unidad (1), sólo puede corresponder a las plantas con tallo corto y puras (o el equivalente que corresponda si se trabaja con otras especies), y es esto lo que sirve de patrón para el cálculo de las otras dos proporciones.

Las matemáticas utilizadas por Mendel hacen ver que sí poseía un dominio notable sobre las mismas, por lo que no es descabellado suponer que

Mendelmanía

Una demostración verdaderamente asombrosa de Mendel.

$$\frac{T}{T} + \frac{T}{t} + \frac{t}{T} + \frac{t}{t} = T + 2Tt + t.$$

Explicación:

1. Los términos T/T y t/t se pueden reducir a la unidad (1) o a sólo T o t .
2. Como una consecuencia de lo anterior, T/t y t/T , pueden reducirse a la unidad (1) o sólo a Tt .
3. Fue una jugada muy inteligente de Mendel el haber conservado las literales solas y el combinado Tt en el miembro resultante.
4. La nomenclatura taxonómica para la designación de las descendencias de organismos puros e híbridos surge así.
5. Todos los argumentos de Mendel poseen un trasfondo teórico de índole matemática, incluyendo los cálculos de las combinaciones posibles (3^n), los organismos híbridos totales (2^n) y la cantidad de muestra mínima de acuerdo con el diseño (4^n).

Si acaso a la biología le hacía falta un Newton, éste queda cabalmente personificado por Mendel.

era capaz de aprovecharlas del mismo modo como ocurre en la física o las matemáticas puras. Jacob Bronowsky, quien realizó una revisión muy detallada de la obra de Mendel, incluyendo la visita a los lugares en que vivió, en donde pudo encontrar documentos inéditos sumamente interesantes —gran parte de sus documentos personales fueron quemados tras su muerte en 1884—, señala que está sorprendido por la visión matemática tan precisa (o quizás exacta) de lo que él pretendía comprobar. Es casi seguro que contaba con una idea matemática de lo que pretendía encontrar —lo que explicaría

una deducción *a priori* de las tendencias esperadas en la descendencia de los chícharos—, por lo que el trabajo de campo y experimental (que inició con mucha anticipación a 1857) sólo poseía un papel confirmatorio.

La vinculación con el binomio de Newton

Partiendo de lo anterior y tomando en cuenta los simbolismos que utilizaba Mendel para referirse a los caracteres dominantes (T) y recesivos (t), el problema era encontrar un objeto matemático, modelo o algoritmo que contuviera las relaciones 1:2:1. Debía en-

tenderse, en primer lugar, el carácter algebraico de las combinaciones TT , Tt , tT y tt , que esquemáticamente indican las mezclas de caracteres resultantes de las cruza, en donde uno de los atributos (tallo largo o tallo corto) domina sobre el otro. Los híbridos podían ser indistintamente las combinaciones Tt o tT . ¿Representan un producto o un factor? No, en realidad algebraicamente representan la conjunción o la integración de dos caracteres. Por lo que Tt es más propiamente $T + t$ o $t + T$ (considerando la permutación de las literales). No es difícil, haciendo una conjetura bien fundamentada (hasta ahora no considerada formalmente por ningún autor, por lo que constituye una contribución original), que Mendel haya multiplicado los dos binomios siguientes: $(T + t) \times (t + T) = TT + 2Tt + tt$, lo cual constituye el binomio de Newton, cuyo resultado se comporta con base en la proporción 1:2:1. El término $2Tt$ está compuesto por las permutaciones Tt y tT , que para efectos genéticos da lugar al mismo tipo de descendencia. En este caso el signo de multiplicación es algebraico y no esquemático (lo cual indica que se trata de una cruce o combinación de caracteres).

¿Acaso fue así como Mendel dedujo el modelo teórico de la transmisión de los caracteres hereditarios? Es posible que así haya sido en cuanto al planteamiento general, pero no con respecto a la expresión fenotípica de



los organismos contenidos en cada término del trinomio. Para saber cuáles serían los caracteres dominantes o recesivos era indispensable la experimentación. Esto muestra que el planteamiento de los principios formulados por Mendel se obtuvo deduciendo por abstracción matemática, pero su comprobación (si bien no exacta, pero sí con precisión suficiente) tuvo que ser empírica. Tenemos que reconocer que este personaje, además de ser inobjetablemente el fundador de la genética, también era un genio.

Entre el vitalismo y el mecanicismo

En el artículo “Experimentos sobre la hibridación de plantas”, Mendel menciona la siguiente expresión, relacionándola con las proporciones previstas para la descendencia de híbridos:

$$\frac{T}{T} + \frac{T}{t} + \frac{t}{T} + \frac{t}{t} = T + 2Tt + t.$$

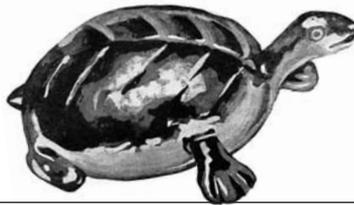
Por ser unidades las “fracciones” T/T y t/t , los híbrdos T/t y t/T son también por extensión, por lo que el trinomio que resulta es correcto. Mendel hace una demostración verdaderamente sesuda, en la cual es posible que tuviera una motivación ideológica. Lo laborioso del desarrollo matemático (sobre todo para comprenderlo) y la abstracción requerida podrían ser una manera de sugerir que “los asuntos de la vida” son mucho más difíciles de explicar que los hechos físicos, lo cual fue quizá una estrategia en apoyo del vitalismo, la postura filosófica

dominante entre los biólogos de esa época y que permitía cierta afinidad con las creencias religiosas.

Otro camino a seguir podría haber sido la factorización de los binomios, con los caracteres dominante y recesivo que tiene cada uno de los híbrdos, con lo cual se obtiene otro resultado, sumamente parecido y quizás completamente equivalente al anterior:

$$(T + t) \times (t + T) = TT + 2Tt + tt.$$

De haberse apoyado Mendel de manera explícita en esta demostración, quizás hubiera sido señalado como un mecanicista, una postura más propiamente materialista, ya que ello implicaría reconocer que los seres vivos —al igual que todos los objetos del Universo— se someten a principios y leyes comunes. 🐢



Conrado Ruiz Hernández.

Facultad de Estudios Superiores-Iztacala, Universidad Nacional Autónoma de México.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asimov, I. 1975. *Breve historia de la biología*. EUDEBA, Buenos Aires.
 Bronowsky, J. 1979. *El ascenso del hombre*. Fondo Editorial Interamericano, Bogotá.
 Corcos, A. y F. Monaghan. 1993. *Gregor Mendel's experiments on plant hybrids: a guided study*. Rutgers University Press, New Brunswick.

- Fisher, R. 1936. “Has Mendel's work been rediscovered?”, en *Annals of Science*, núm. 1, pp. 115-137.
 Gasking, E. 1959. “Why was Mendel's work ignored?”, en *Journal of the History of Ideas*, vol. 20, núm. 1, pp. 60-84.
 Hull, L. 1981. *Historia y filosofía de la ciencia*. Ariel Barcelona.
 Wood, R. y O. Vitezlav. 2001. *Genetic prehistory in selective breeding: a prelude to Mendel*. Oxford University Press, Oxford.
- IMÁGENES
 P. 42: Gabriel Fernández Ledesma, *Gallina de barro*, Michoacán, 1930. P. 43: Gabriel Fernández Ledesma, *Ga-*

- llina de barro*, Michoacán, 1930 (fragmento). P. 44: Gabriel Fernández Ledesma, *Liebre de azúcar*, 1930; *Liebre de azúcar*, 1930; *Conejo engredado y pintado*, Metepec, 1930; *Sonaja de cartón*, Guanajuato, 1930. P. 45: Gabriel Fernández Ledesma, *Chango con tambor*, Guanajuato, 1930; *Tecolote con cabeza de mujer*, Jalisco, 1930; *Tecolote de barro negro*, Oaxaca, 1930; *Sirena*, Metepec, 1930; Gabriel Fernández Ledesma, *Chango*, D.F. 1930. P. 46: Gabriel Fernández Ledesma, *Torito engredado y pintado*, 1930; *Torito de barro negro*, Oaxaca, 1930; *Venadito de palma*, 1930; *Perro*, Oaxaca, 1930; *León*, Metepec, 1930. P. 47: Gabriel Fernández Ledesma, *Tortuga*, Oaxaca, 1930.

The mathematical reasoning of Mendel

Palabras clave: Mendel, leyes de la herencia, binomio de Newton.

Key words: Mendel, laws of inheritance, Newton's binomial theorem.

Resumen: Se desarrolla la tesis de que las leyes de Mendel están basadas en el binomio de Newton.

Abstract: The author develops the hypothesis that Mendel's laws are based on Newton's binomial theorem.

Conrado Ruiz Hernández es profesor de carrera titular en la Facultad de Estudios Superiores Iztacala de la UNAM. Realiza investigación sobre las alfabetizaciones matemática y ambiental.

Recibido el 3 de septiembre de 2008, aceptado el 6 de diciembre de 2008.