de modelos

En el estudio de la dinámica social, la capacidad de una sociedad para reaccionar ante cambios internos y externos y hacer frente a sus mecanismos de regulación es un tema fascinante. Obviamente, es un gran campo para los sociólogos, etnólogos, economistas, psicólogos sociales, criminólogos, antropólogos, etcétera. Más recientemente, los físicos y matemáticos están empleando sus modelos y su experiencia para conseguir una mejor comprensión de la conducta colectiva de los sistemas sociales.

Por ejemplo, la convergencia (o divergencia) de ideas u opiniones entre los participantes de un debate es un proceso social muy importante. En algunos modelos de la dinámica de opinión que han sido revisados por Weidlich, Lorenz, y Castellano y colaboradores, los agentes pueden negociar sus diferencias para tratar de llegar a un consenso.

En la práctica, es plausible asumir que los debates tienen lugar cuando las opiniones de las personas implicadas (agentes) están lo suficientemente cerca uno del otro para poder negociar sus diferencias y tratar de llegar a un consenso. En este sentido, un modelo importante y simple de dinámica de opiniones es el desarrollado por el modelo de Deffuant y colaboradores.

Supongamos que tenemos una red definida como un conjunto de nodos y enlaces fijos (en el modelo original se propuso una simple dinámica de opinión para la gráfica o red completa, donde todos los nodos están conectados entre ellos, pero aquí lo presentamos para cualquier gráfica o red). En cualquier asunto, la opinión correspondiente es representada por un número continuo Θ entre 0 y 1. Se selecciona cualquier agente *i* y luego con la misma probabilidad para todos sus vecinos, se selecciona uno de ellos, llamado *j*. En la práctica es plausible asumir que los debates tienen lugar cuando las opiniones de las personas implicadas (o agentes) son lo suficientemente parecidas o cercanas unas de otras. Si entre vecinos la diferencia de las opiniones $\Theta_i(t)$ y $\Theta_j(t)$ supera un determinado

Yérali Gandica, Marcelo del Castillo Mussot, Sergio Rojas, Gerardo J. Vázquez

Modelo de **convergencia** de **opiniones**

umbral, entonces no pasa nada (en este caso t es un tiempo discreto que etiqueta y ordena los pasos de tiempo del proceso iterativo); pero si:

$$| \Theta_i (t) - \Theta_j (t) | < \varepsilon,$$

entonces:

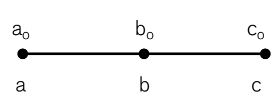
$$\Theta_i (t+1) = \Theta_i (t) + \mu [\Theta_j (t) - \Theta_i (t)] \quad \textbf{(1)},$$
$$\Theta_j (t+1) = \Theta_j (t) + \mu [\Theta_i (t) - \Theta_j (t)],$$

lo cual significa que sus opiniones se acercan, moduladas por el parámetro μ.

Este procedimiento se repite hasta que se alcanza la convergencia. Es habitual utilizar el mismo parámetro de aproximación μ para todos los agentes. Es evidente que la topología subyacente al sistema define a los vecinos de cada agente. La convergencia se alcanza después de emplear el procedimiento de la ecuación (1) iterativamente, y se define un grupo o cúmulo como el conjunto de nodos en la red o agentes que comparten la misma opinión final.

Un ejemplo

Vamos a considerar tres nodos alineados como se muestra en la siguiente figura:



y mostrar como su opinión converge para $\varepsilon = 1$ y $\mu = ½$.

Supongamos que en un principio la cantidad de información u opinión en cada nodo es a_0, b_0, y c_0. Puesto que $\varepsilon = 1$, entonces sus valores siempre se aproximan en pares siguiendo la ecuación (1) para cualquier valor de la cantidad de información. Si $\mu = ½$, entonces ambas opiniones llegan a ser iguales en el punto medio en un solo paso y el consenso de los dos agentes implicados es total. Es decir, la convergencia entre los dos agentes se produce inmediatamente;

$$\Theta_i (t+1) = \Theta_j (t) = [\Theta_i (t) + \Theta_j (t+1)] / 2.$$

Sin perder la perspectiva general, se puede comenzar la simulación, eligiendo un primer

nodo *a* y su nodo más cercano *b* vecino, por lo que la nueva cantidad de información en cada nodo es:

$$a_1 = a_0 / 2 + b_0 / 2,$$
$$b_1 = a_0 / 2 + b_0 / 2,$$
$$c_1 = c_0.$$

En el siguiente paso de simulación, el nodo *c* y su vecino *b* son elegidos, así tenemos:

$$a_2 = a_1 = a_0 / 2 + b_0 / 2,$$
$$b_2 = b_1 / 2 + c_1 / 2 = a_0 / 4 + b_0 / 4 + c_0 / 2,$$
$$c_2 = b_1 / 2 + c_1 / 2 = a_0 / 4 + b_0 / 4 + c_0 / 2.$$

Después de *n* pasos, tenemos:

$$a_n = \{a_0 + b_0 + c_0\} / 3 + A\,\{a_0 + b_0 - 2c_0\} / (3[2^{2n}]),$$
$$b_n = \{a_0 + b_0 + c_0\} / 3 + B\,\{a_0 + b_0 - 2c_0\} / (3[2^{2n}]),$$
$$c_n = \{a_0 + b_0 + c_0\} / 3 + C\,\{a_0 + b_0 - 2c_0\} / (3[2^{2n}]),$$

donde A, B y C son constantes.

A partir de estas expresiones uno puede ver que todos los nodos convergen en el mismo punto.

Discusión

Este proceso continuo parece ser un modelo más realista para los dispositivos numéricos (en los que la precisión es fundamental) que para los seres humanos. Un valor preciso de la opinión de un agente humano en un rango infinito (números reales entre 0 y 1) es conveniente para los propósitos numéricos, pero no es realista. Por lo tanto, podemos referirnos al valor numérico de la opinión de un agente determinado como la "cantidad de información" que este agente tiene. De esta manera, podemos pensar en un agente como una persona o cualquier otro dispositivo artificial.

Hemos demostrado cómo una serie numérica surge cuando se trata de sólo tres agentes en la modelo de Deffuant. Un caso más general consiste en escoger dos diferentes valores de μ en una interacción de pares o valores aleatorios. En la práctica vemos que incluso para un pequeño número de nodos, $N = 3$, y hasta para el caso de las aproximaciones más rápidas ($\mu = ½$), llegar a un consenso perfecto generalmente toma un número infinito de pasos. Para efectos prácticos, en el modelo de Deffuant aplicado a cualquier sistema con cualquier valor de agentes, la serie convergente resultante se puede truncar en cualquier grado deseado de precisión. Para los sistemas sociales es más adecuado un conjunto de valores posibles discreto, no continuo, y además es más fácil de manejar. Aunque este modelo es matemáticamente elegante, no parece ser un modelo realista de las opiniones humanas, porque se necesita un número infinito de pasos para converger o llegar a un consenso. En primer lugar, ¡las vidas humanas son finitas! En segundo, un valor de la opinión de un agente humano ubicado en un rango infinito (números reales entre 0 y 1) no es realista.

En resumen, son más adecuados los modelos de opinión con un número finito de estados para describir o simular el comportamiento social. En los cálculos numéricos, el proceso de convergencia toma mucho tiempo cuando el rango es infinito, salvo en el caso de emplear un pequeño número de dígitos significativos (el redondeo de errores).

Existe otro modelo de opiniones propuesto por Hegselmann y U. Krause, que es similar al de Deffuant, pero en él un agente cambia de opinión por la opinión general de sus vecinos. Es decir, en este modelo un agente, en lugar de interactuar con uno solo de sus vecinos a la vez, como en ocurre en el anterior, va a interactuar a la vez con el promedio de todos los agentes dentro de una región de opiniones similares definida o limitada también por ε. Este modelo es más adecuado para describir la formación de opinión cuando la gente se reúne al mismo tiempo en grupos pequeños, donde existe una interacción eficaz con participación de muchas personas al mismo tiempo. Por otra parte, ya que este modelo incluye más agentes al mismo tiempo (como en un verdadero proceso de reuniones), una mayor precisión numérica (como en un proceso de votación) parece naturalmente ser más apropiada que en el modelo anterior.

Los debates en torno a la evolución y convergencia de la computación social se pueden encontrar en la red. Baste concluir aquí mencionando que un modelo como el de Hegselmann y Krause es más realista para los pequeños grupos y se puede aplicar para describir el proceso real de reuniones tanto entre personas físicamente como, dados los tiempos actuales, en la red.

Yérali Gandica
Centro de Física,
Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Sergio Rojas
Departamento de Física,
Universidad Simón Bolivar.
Marcelo del Castillo Mussot, Gerardo J. Vázquez
Instituto de Física,
Universidad Nacional Autónoma de México.

Referencias bibliográficas

Weidlich, W. *Sociodynamics*. 2000. Harwood Academic Publishers, Amsterdam.

Lorenz, J. 2007. "Continuous Opinion Dynamics under Bounded Confidence: A Survey", en *International Journal of Modern Physics C*, vol.18, núm. 12, pp. 1819-1838 (arXiv:0707.1762v2).

Castellano C., S. Fortunato y V. Loreto. 2009. "Statistical physics of social dynamics", en *Rev. Mod. Phys.*, núm. 81, pp. 591-646.

Deffuant, G., F. Amblard, G. Weisbuch y T. Faure. 2002. "How can extremism prevail? A study based on the relative agreement interaction model", en *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 5, núm. 4 (http://jasss.soc.surrey.ac.uk/5/4/1.html).

Hegselmann, R. y U. Krause. 2002. "Opinion dynamics and bounded confidence: models, analysis and simulation", en *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 5, núm. 3 (http://jasss.soc.surrey.ac.uk/5/3/2.html).

Imágenes

Pp. 46-49: Carlos Mérida: *Desnudos*, 1931; *Perfiles*, 1928; *El tigre*, 1931; *Vuelo* (*Perfiles*), 1929.