

Enseñanza y aprendizaje del concepto de PROBABILIDAD a través del juego y el uso de las TIC

Lilian Mendoza Zaragoza,
 Anahí Guadalupe Chávez Aparicio
 Recibido: 19/02/2016
 Aprobado: 26/03/2016

El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿Por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?

Miguel de Guzmán

Resumen:

Este trabajo es una estrategia didáctica diseñada para un grupo de alumnos que estudian el tema de probabilidad durante el bachillerato. Se busca esbozar un concepto más formal de probabilidad, partiendo de lo subjetivo (creencias e intuición propias del estudiante), transitando por los enfoques clásico y frecuencial y llegando al pensamiento reflexivo sobre las limitaciones y restricciones que caracterizan a estos enfoques.

La motivación dentro del aula, mediante el juego y el uso de TIC, fue considerado como eje en el planteamiento de esta estrategia, simultáneamente con el sentido epistemológico que conlleva el propio concepto de probabilidad.

Palabras clave: probabilidad, juego, pensamiento reflexivo, motivación, TIC.

Abstract:

This paper presents a teaching strategy designed for a group of students studying the subject of probability in high school. The strategy used is to outline a more formal concept of probability, starting from subjectivity (student own beliefs and intuition), passing through the classical and frequency approaches and arriving finally at reflective thinking about the limitations and restrictions that characterize these approaches.

The motivation in the classroom, through game and ICT application, was considered the axis in the approach of the strategy, simultaneously with the epistemological sense of the concept of probability.

Keywords: probability, game, reflective thinking, motivation, ICT.

Introducción

La propuesta se suscribe en una población de alumnos de quinto semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) que cursan la asignatura de Estadística y Probabilidad I.

El modelo educativo del colegio sigue hasta hoy, considerándose vanguardista, ya que pedagógicamente está basado en el aprendizaje centrado en el alumno.

Para que el CCH pueda responder a los cambios acelerados que está viviendo la sociedad actual, debe de promover experiencias innovadoras en el sentido de lograr resultados significativos y perdurables en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad como rama de las matemáticas, por lo que se propone una estrategia compuesta por tres dimensiones: la motivación, el juego y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

El trinomio motivación-juego-TIC

Fotografía: Archivo Histórico Fotográfico del
Colegio de Ciencias y Humanidades,
S.C.I., 2015



En conjunto la motivación, el juego y las TIC ofrecen un panorama diferente de las matemáticas al exponerlas como algo cercano y como un instrumento valioso, atractivo e innovador.

El aprendizaje es un proceso subjetivo (Gómez, 2005) por lo cual la persona que desea aprender debe sentirse motivada. Si un estudiante está motivado en su clase de matemáticas, su actitud hacia éstas será positiva.

Investigaciones realizadas al respecto han permitido llegar a la conclusión de que, el patrón motivacional puede incrementar el rendimiento académico y favorecer un aprendizaje significativo de las matemáticas (Baroody, 1998).

La teoría del constructivismo sociocultural plantea que las emociones y la motivación de una persona evolucionan en relación a su contexto social y que los procesos de valoración y motivación al aprendizaje están ligados al contexto del aula (Gómez, 2005).

El juego en el ámbito académico está siendo motivo de numerosas investigaciones que señalan que cuando se elige bien, tiene la ventaja de servir para introducir un tema, ayudar a comprender mejor los conceptos, reforzar los ya adquiridos o fortalecer un contenido.

Si el juego es un recurso didáctico que promueve la motivación y el aprendizaje, entonces puede ser empleado como un componente determinante en la estrategia para mejorar el rendimiento de los estudiantes en la clase de probabilidad, ya que entre otras cosas, favorece a la autoconfianza y fomenta el trabajo colaborativo y el pensamiento reflexivo.

Por su parte, las TIC figuran como motivadores porque permiten la posibilidad de tornar las clases más interesantes, mejorando la presentación de materiales didácticos; así como el aumento del intercambio de conocimientos mediante la reducción de las barreras temporales y espaciales (Paredes et al, 2012).

Finalmente, podemos decir que el trinomio motivación-juego-TIC favorece el aprendizaje hacia las matemáticas porque cuanto más motivado esté un alumno, más descubrirá las habilidades que necesitará para enfrentarse a las tareas de la vida cotidiana.

Propuesta

Para la construcción del concepto de probabilidad se propone el juego “La carrera de las calacas” como ambiente de aprendizaje en donde mediante una reflexión profunda de la práctica, se puede llegar a la parte formal de qué es y para qué sirve la probabilidad.

La carrera de las calacas es una modificación de la propuesta de “La carrera” presentado por el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (Wilhelmi, 2004).

La estrategia didáctica se llevó a cabo en un grupo de 48 alumnos por lo que se formaron equipos de trabajo con 4 integrantes cada uno. Asignándole a cada equipo una calaca marcada con su número correspondiente.

Objetivos del juego

El alumno:

- Analiza la relación entre los enfoques subjetivo, clásico y frecuencial del concepto de probabilidad.
- Valora las ventajas y limitaciones de cada uno de estos enfoques, cuando el espacio muestral no es finito o cuando sus elementos no son equiprobables.

Material para el juego:

12 Calacas numeradas consecutivamente del 1 al 12, un tablero de carreras (Fig. 1), simulador de 3 dados tetraédricos con caras marcadas del 1 al 4 elaborado con VBA para Excel (Fig. 2), un control de las tiradas de los dados elaborado con VBA para Excel (Fig.3) y un cuadernillo de trabajo para los alumnos (Fig.4).

Las reglas del juego

Se simula el lanzamiento de los tres dados y se calcula la suma de los números observados. La calaca marcada con el número que resulta de la suma anterior, se mueve una casilla. Gana la primera calaca en llegar a la meta y el juego finaliza.



Figura 1. Pista de la carrera de las Calacas

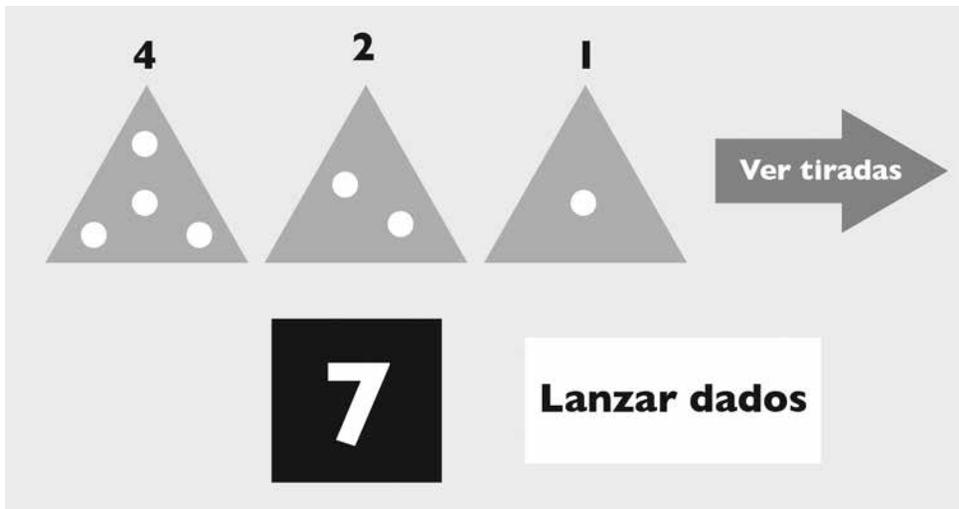


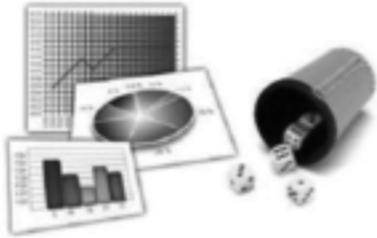
Figura 2. Simulador de dados tetraédricos

TIRADA	DADO 1	DADO 2	DADO 3	SUMA
11	4	1	1	6
10	1	2	4	7
9	1	4	3	8
8	3	3	2	8
7	3	3	2	8
6	4	4	2	10
5	4	3	4	11
4	3	4	2	9
3	3	2	2	7
2	3	4	1	8
1	4	1	4	9

Figura 3. Control de tiradas de los dados

Cuadernillo de la carrera de las Calacas

PROBABILIDAD SUBJETIVA, FRECUENCIAL Y CLÁSICA



Elaborado por:
Maestrante Lilian Mendoza Zaragoza
y Maestrante Anahí Chávez Aparicio

Figura 4. Cuadernillo de trabajo

Del juego a la formalización

Para acercarse al sentido epistemológico del concepto probabilidad, se utilizó el pensamiento reflexivo a través del planteamiento de cuestiones y actividades que hicieran que los estudiantes tomaran consciencia de las características del fenómeno estudiado; previo al inicio del juego se les preguntó: ¿Qué calaca creen que resulte ganadora?, ¿todas las calacas tienen la misma oportunidad de ganar?

Por un lado, estas preguntas estuvieron dirigidas hacia el enfoque subjetivo de la probabilidad, ya que los alumnos dieron respuestas con base a su intuición o a lo que creyeron que pasaría; por otro lado, con estas interrogantes en mente se les alertó para que prestaran atención a lo sucedido durante el juego.

Las respuestas tendieron a apostar que ganaría la calaca marcada con el número de su equipo.

La siguiente fase fue el análisis de los sucesos, para lo que se dieron estas instrucciones:

- Una vez que ya se tuvo un vencedor en la carrera de calacas, construyan una tabla donde se muestre cuántas veces avanzó la calaca de cada equipo y el total de movimientos conjuntamente.
- Incluyan una fila o columna que muestre la frecuencia relativa correspondiente.

Después se condujo a los alumnos hacia el enfoque clásico, haciendo alusión a la fórmula de Laplace para el cálculo de la probabilidad de un evento E :

$$P[E] = \frac{\text{número de casos favorables a } E}{\text{número de casos totales}}$$

Para ello se requirieron los conocimientos previos que los estudiantes tenían sobre experimento aleatorio, espacio muestral, evento y variable aleatoria mediante las preguntas: ¿Cuál fue el experimento aleatorio?, ¿cómo quedaría constituido el espacio muestral Ω ? y ¿cuántos elementos debe tener Ω ?

Se inició la discusión al interior de cada equipo y posteriormente al exterior en todo el grupo, durante este proceso se pudo percibir que a los alumnos les cuesta mucho trabajo primero, determinar cuál es el espacio muestral y el tipo de elementos que contiene y segundo, utilizar el lenguaje matemático y aún más escribirlo para expresar sus resultados; por esta razón se presentó la lista de las 64 triadas elementos de Ω (d_1, d_2, d_3) para verificar sus respuestas. A continuación se desarrolló el concepto variable aleatoria:

$$X = d_1 + d_2 + d_3$$

Cada calaca avanza de acuerdo a la suma de los tres dados, por lo que: Entonces la variable aleatoria se identificó como una regla de correspondencia entre los elementos de Ω y los números reales, por ejemplo, para el elemento (2, 3, 4) el valor correspondiente de la variable aleatoria es:

$$X = 2 + 3 + 4 = 9$$

Al respecto se realizaron las siguientes preguntas: ¿Cuál es el valor mínimo para X ?, ¿cuál es valor más grande para X ? A este rango de valores que toma la variable aleatoria X se le llama RECORRIDO.

Con esta reflexión, los alumnos cayeron en la cuenta de que las calacas 1 y 2 no tenían ninguna oportunidad de salir de su casilla inicial. Los equipos construyeron la tabla de distribución de probabilidades (Tabla 2) también conocida como tabla de la función de densidad y la compararon con la tabla de frecuencias (Tabla 1) relativas para las veces que se movió cada calaca hasta que finalizó el juego.

Enseguida se les pidió que contestaran las preguntas: ¿Coincidió esta tabla con la de frecuencias?, ¿por qué?, ¿cuál es valor mínimo que puede tomar $P[X=x]$?, donde $X=x$ es cualquier evento ¿cuál es valor máximo que puede tomar $P[X=x]$?, ¿por qué?, ¿cuánto deben sumar las probabilidades de todos los valores de la variable aleatoria? y ¿qué calaca crees ahora que ganaría?



En general las respuestas fueron correctas y los alumnos se explicaron y aclararon dudas unos a otros, el nivel de argumentación entre ellos fue aceptable, ya que basaron sus razones en los valores del cociente de Laplace para cada valor posible de X ; por lo que se puede afirmar que el trabajo colaborativo fue fundamental para lograr asimilar y apropiarse del contenido a aprender.

La estrategia contempló el tránsito de lo empírico a lo teórico y se consideró que era de suma importancia que el alumno fuera consciente de los diferentes enfoques de la probabilidad. Finalmente, se les explicó que el enfoque teórico tiene limitaciones, ya que asume que todos los elementos de Ω son equiprobables, además de ser finito y en la realidad hay muchos fenómenos aleatorios que no tienen estas características por lo que es necesario abordar el enfoque frecuencial.

Fotografía: Archivo Histórico Fotográfico del Colegio de Ciencias y Humanidades, S.C.I., 2016

El siguiente experimento para realizar en equipo quedó como tarea: en un recipiente con tapa coloquen 10 monedas de igual denominación y dénele un giro para simular 10 volados. Centren su atención en el evento “Cae águila”, registren cuántas veces de 10 cayó águila, intentar lo mismo pero con 20, 30, 40, 100, 200, 300, 400, y 500 volados y graficar los resultados, y además anexar las respuestas de las siguientes preguntas: ¿Qué observas en tu gráfica?, ¿qué le pasa a la frecuencia relativa mientras más volados realizas? y, por último, escriban una definición formal para los conceptos: Probabilidad Subjetiva, Probabilidad Frecuencial y Probabilidad Clásica.

PROBABILIDAD SUBJETIVA, FRECUENCIAL Y CLÁSICA

El espacio muestral Ω

a) (1,1,1) $\rightarrow x = 3$
 b) (1,2,1) $\rightarrow x = 4$
 c) (1,3,1) $\rightarrow x = 5$
 d) (1,4,1) $\rightarrow x = 6$

(1,1,1)	(1,2,1)	(1,3,1)	(1,4,1)	(2,1,1)	(2,2,1)	(2,3,1)	(2,4,1)
(1,1,2)	(1,2,2)	(1,3,2)	(1,4,2)	(2,1,2)	(2,2,2)	(2,3,2)	(2,4,2)
(1,1,3)	(1,2,3)	(1,3,3)	(1,4,3)	(2,1,3)	(2,2,3)	(2,3,3)	(2,4,3)
(1,1,4)	(1,2,4)	(1,3,4)	(1,4,4)	(2,1,4)	(2,2,4)	(2,3,4)	(2,4,4)
(3,1,1)	(3,2,1)	(3,3,1)	(3,4,1)	(4,1,1)	(4,2,1)	(4,3,1)	(4,4,1)
(3,1,2)	(3,2,2)	(3,3,2)	(3,4,2)	(4,1,2)	(4,2,2)	(4,3,2)	(4,4,2)
(3,1,3)	(3,2,3)	(3,3,3)	(3,4,3)	(4,1,3)	(4,2,3)	(4,3,3)	(4,4,3)
(3,1,4)	(3,2,4)	(3,3,4)	(3,4,4)	(4,1,4)	(4,2,4)	(4,3,4)	(4,4,4)

x	$P(x) = \frac{\# \text{ de casos favorables}}{\# \text{ de casos totales}}$
3	1/64
4	3/64
5	6/64
6	10/64
7	12/64
8	12/64
9	10/64
10	6/64
11	3/64
12	1/64
Total	1

LABORADO POR: LEIAN MENDOZA Z. Y ANAHE CHAVEZ A. PÁGINA

Conclusiones

Los cambios tecnológicos originados por la revolución de las TIC, han facilitado y enriquecido la creación de ambientes y herramientas, que adaptados a nuevas estrategias contribuyen a lograr aprendizajes significativos de contenidos que tienen sentido, son producto de procesos metacognitivos y pueden ser transferidos a contextos distintos, estas son las tres características de un aprendizaje significativo (Ferreiro, 2014).

La evaluación de esta actividad fue, en gran medida, cualitativa ya que durante la aplicación de la estrategia se pudo constatar que los alumnos sí asignaron un sentido al concepto de probabilidad como una medida de certidumbre sobre la ocurrencia de un evento o suceso, y cuyos valores están localizados entre 0 y 1. Otro punto a destacar es que valoraron la importancia del análisis de un modelo de probabilidad en la toma de decisiones.

La integración de las TIC en la estrategia didáctica se utilizó para crear un ambiente de aprendizaje con el cual los estudiantes

se sintieron motivados. Gracias a estas herramientas es posible modificar la fase correspondiente al enfoque frecuencial, sustituyendo el experimento de los volados por la simulación de la carrera de calacas en un número considerablemente grande y aproximarse a las probabilidades teóricas calculadas en el enfoque clásico.

El juego "La carrera de las calacas" fomentó la motivación en el aprendizaje de la probabilidad al simular un contexto real, como son las carreras de caballos o las de autos.

Como consideración final se reitera que el trinomio motivación-juego-TIC favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de prácticas innovadoras y significativas para los estudiantes.

Referencias

- Alsina, C., Burgués, C. (2007), *Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas*. En *SUMA, Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, núm. 56. Recuperado de: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/56/SUMA_56.pdf>
- Baroody, A.J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*. España: Aprendizaje VISOR/MEC.
- Batanero, C. (2004) *Didáctica de la Estadística*. España: Grupo de Investigación en Educación Estadística, Universidad de Granada.
- Carlos Núñez, J. (2009). *Motivación, aprendizaje y rendimiento académico*. En *Actas de X Congreso Internacional Galego-Portugués de psicopedagogía*. Recuperado de: <<http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/Xcongreso/pdfs/cc/cc3.pdf> >
- Ferreiro G. R. (2014). *Nuevas alternativas de aprender y enseñar*. México: Ed. Trillas.
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las Matemáticas*. España: Ed. Paidós.
- González Peralta, A., Molina Zavaleta J.G., Sánchez Aguilar, M. (2014). *La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de los juegos en la enseñanza de las matemáticas*. En *Educación Matemática*, núm. 26. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/405/40540689005.pdf>
- Paredes J., Díaz de Arruda, R. (2012). *La motivación del uso de las TIC en la formación del profesorado en educación ambiental*. En *Ciencia & Educación*, V. 8. Recuperado de: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v18n2/a08v18n2.pdf>>
- Wilhelmi, M.R., (2004). *Combinatoria y Probabilidad*. España: Grupo de Investigación en Educación Estadística, Universidad de Granada.