



# Aplicaciones tecnológicas para las funciones racionales

## Technological Applications to the Rational Functions

Fotografía: Archivo fotográfico de la DGECCCH, SC 2017

Texto recibido: 31 de agosto de 2017  
Texto aprobado: 26 de octubre de 2017

Por: Ma. Emma Bautista García, María Elena Morales Neria y Sergio Ortiz Antonio

### Resumen:

En la ENCCH, que es un bachillerato de la UNAM, se busca que los estudiantes adquieran un desempeño completo y eficaz en la comprensión y manejo de contenidos. Se realizó un estudio en la asignatura de Matemáticas IV, Funciones Racionales, donde el alumno exploró las características de las funciones, reconoció patrones de comportamiento, formuló conjeturas, estableció relaciones entre la gráfica y los parámetros presentes en su regla de correspondencia. En la clase se usó pizarrón, calculadora científica y aplicaciones tecnológicas (GeoGebra, Mathematics, Desmos). Los alumnos demostraron su habilidad para graficar con métodos convencionales y se utilizó la aplicación para la comprobación de las gráficas haciendo que el aprendizaje sea auto regulado y significativo.

**Palabras clave:** Funciones Racionales, Geogebra, Mathematics, Desmos, gráficas.

### Abstract:

*In the ENCCH, a baccalaureate of UNAM, that seeks pupils/ students acquire a satisfactory performance in the understanding and the usage of content. A study was made in Mathematics IV and Rational Functions, where pupils explore the characteristics of the functions, recognized the patterns of behavior, made conjetures, established the relationships between graphs and the parameters that are present in the rule of correspondence. In class a blackboard, scientific calculator and apps/ applications (GeoGebra, Mathematics, Desmos) where used. Students demonstrated their ability to make graphs with conventional methods where used to check the graphs allowing that learning becomes auto-regulated and significant.*

**Keywords:** Rational Functions, Geogebra, Mathematics, Desmos, graphs.

## Introducción

En la actualidad los dispositivos móviles no se utilizan sólo para realizar llamadas, se cuenta con una infinidad de aplicaciones para cada actividad que se tiene en la vida cotidiana, hay que aprovechar esta tecnología para introducir su uso en el aula.

“Los dispositivos móviles proporcionan a los docentes herramientas didácticas, que al alumno se le facilite entender, al contar con elementos multimedia, de tal forma que los profesores puedan utilizarlos para establecer vínculos de cercanía y apropiación del conocimiento que corresponda a los planes de estudio” (León, 2017).

Uno de los puntos de la contribución del área de matemáticas al perfil del egresado en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) es “utilizar las tecnologías digitales para favorecer la adquisición de conocimientos”. El profesor como guía o facilitador del conocimiento tiene que cambiar la manera de planear y diseñar las estrategias de enseñanza, para que las aplicaciones sean de manera complementaria para su clase, permitiendo que el alumno se centre en la interpretación de los resultados y la comprensión de conceptos, para ello es necesario elegir la tecnología y aplicación adecuada, para construir el aprendizaje de forma objetiva y clara.

En el estudio realizado TICómetro (UNAM, 2017) para alumnos del Colegio plantel Oriente se menciona, que el 85% de los estudiantes pueden acceder a Internet desde el hogar. Y el 93% indico tener algún tipo de dispositivo (Celular, computadora de escritorio, laptop o tableta), siendo el dispositivo más frecuente el teléfono celular con sistema Operativo Android, después sistema IOS y finalmente sistema Windows. Esto no significa que utilicen estos dispositivos de forma académica, el celular les ayuda a comunicarse, socializar, organizar agendas, etc., por lo que, nos toca a nosotros los académicos enseñarles una nueva manera de utilizar y aprovechar su dispositivo celular.

## Marco conceptual

### Tecnología para la enseñanza de las Funciones Racionales

El Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH-UNAM.2006) busca que el estudiante de nivel Medio Superior sea “el principal actor en su proceso de aprendizaje”, adquiriendo un desempeño satisfactorio en la comprensión y manejo de contenidos, además de que tenga la capacidad de aprender, tanto de los aciertos como de los errores, así como, desarrollar habilidades para el manejo de estrategias en la resolución de

problemas diversos, aplicando las distintas formas de expresión matemática, argumentación y lenguaje.

En el caso de matemáticas IV, unidad II. Funciones racionales, uno de los aprendizajes son “A partir de la regla de correspondencia de una función racional, elabora una tabla de valores que permita construir su gráfica e identifica su(s) punto(s) de ruptura y asíntotas, identifica el dominio y el rango” y las estrategias sugeridas nos indican que “se puede apoyar el desarrollo de la unidad, haciendo uso de la computadora para recabar datos experimentales, aritméticos, gráficos y algebraicos, a través de software como: Cabri, Excel, WinPlot, Derive, Máxima, entre otros.”

Fotografía: Archivo fotográfico de la DGECCCH, SC 2017



Considerando estos aspectos, en este estudio se trabajó con el celular teniendo en cuenta que la mayoría de los estudiantes ya tienen esta herramienta tecnológica, la cual nos sirve para:

1. Repasar antes de un examen: el teléfono celular permite acceder a recursos de estudio sobre la marcha y repasar conceptos importantes antes de un examen o una exposición;
2. Leer libros electrónicos: Muchas veces es necesario utilizar libros y material de apoyo en la elaboración de trabajos;
3. Grabadora: El teléfono celular puede facilitarle a los alumnos la grabación de explicaciones para consultarlas más tarde o realizar trabajos en los que sea necesario incluir sonido;
4. Descubrir recursos de estudio relacionados con el tema;
5. Escáner de documentos: puede servirnos como escáner temporal. Algunos profesores incluso admiten la entrega de la tarea mediante fotos;
6. Calculadora: Existen aplicaciones que permiten realizar todas las ope-

raciones propias de una calculadora científica; 7. Editar vídeos, añadiendo texto y efectos; 8. Editar imágenes; 9. Publicar en el blog de clase: Mediante el teléfono celular podemos escribir y publicar artículos en cualquier momento; 10. Formulario: El teléfono celular permite almacenar fórmulas matemáticas y tenerlas siempre a mano. Además, existen aplicaciones específicas que ya contienen cientos de fórmulas matemáticas de uso común almacenadas, solo hay que buscarlas. El uso del Celular en las clases de matemáticas genera en el estudiante: Razonamiento lógico y pensamiento crítico en la solución de problemas, desarrollo de iniciativa y autodirección.

Los alumnos, trabajan de forma individual y colectivamente, en función de su propio aprendizaje, desarrolla la autoconfianza, promueve la diversificación de los estilos de pensamiento y la innovación, fomenta la alfabetización digital y permite la ejercitación permanente. (Telefónica Fundación, 2013), Aunque hay muchas aplicaciones para matemáticas, no todas son de utilidad para el programa de matemáticas que se ve en el CCH. En este trabajo nos enfocaremos en la aplicación de GeoGebra (Institute) para celular.

## Metodología

Se trabajó con 4 grupos de 25 estudiantes de nivel medio superior del CCH Oriente, turno matutino, en el ciclo escolar 2017- 2, a los cuales se les impartió la asignatura de Matemáticas IV. El trabajo que se muestra es de la Unidad II. Funciones Racionales, donde los aprendizajes fueron: A partir de la regla de correspondencia de una función racional, se elabora una tabla de valores que le permitió construir su gráfica e Identificar el dominio y rango de una función racional.

El Objetivo que se persiguió al plantear ejercicios de funciones, con el uso de GeoGebra en el celular es: que el alumno visualice el desplazamiento vertical que tiene la función al sumar o restar un número, GeoGebra permite mover la función en forma horizontal y vertical, permitiendo visualizar la función desplazada, que es uno de los aprendizajes.

Se plantearon las siguientes funciones para que el estudiante diera respuesta a las preguntas.

$$a) f(x) = \frac{2x}{x+1} \quad b) f(x) = \frac{2x}{x+1} - 2 \quad c) f(x) = \frac{2x}{x+1} + 4$$

1. ¿Cuál es la diferencia entre las tres funciones y sus gráficas?
2. ¿Cómo modifica el valor que se le suma o resta a la primera función?

3. ¿A qué conclusiones llegarías?

4.- ¿Podrías realizar la gráfica de la función  $f(x) = \frac{2x}{x+1} + 1$ , sin tabular?, ¿Por qué?

5.- Elabora las gráficas de las siguientes funciones sin tabular:

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-8x+5} \quad g(x) = \frac{x^2-3x+4}{2x^2+6x-20}$$

## Desarrollo

En todos los grupos se trabajó de la misma manera, primero se explicó a detalle el tema, previo una investigación del alumno, posteriormente se realizó un ejercicio de forma individual, resolviéndolo en el pizarrón, después se dejó la primera actividad (imagen 1).

$$\text{a) } f(x) = \frac{2x}{x+1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x}{x+1} - 2 \quad \text{c) } f(x) = \frac{2x}{x+1} + 4$$

El profesor explica la solución del ejercicio con la aplicación de GeoGebra en el celular, el alumno verifica su procedimiento y la gráfica de la función, después dieron respuestas en forma de plenaria a las cuatro preguntas que se plantearon anteriormente.

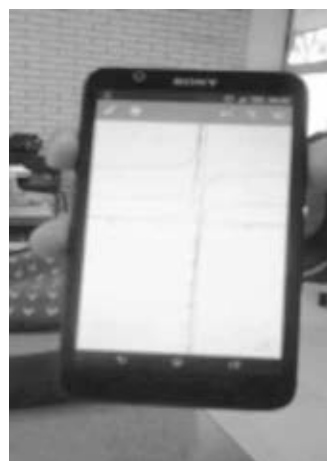


Imagen 1, Gráfica y solución de la actividad 1

Se propone de tarea la siguiente función  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-8x+5}$  y se resuelve en la clase siguiente.

La imagen 2, corresponde a la tarea realizada por él estudiante en su cuaderno. La imagen 3, realizando la actividad en el pizarrón.

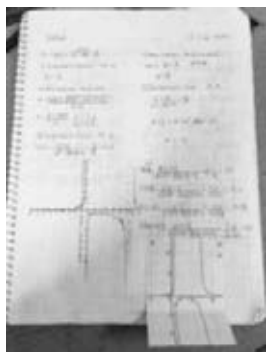


Imagen 2, Gráfica y solución de la tarea 1



Imagen 3, Alumno realiza la tarea 1 en el pizarrón

Se pide a los alumnos que construyan la gráfica de la función

$$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{2x^2+6x-20}$$

Imagen 4. Ejercicio realizado en el cuaderno. Imagen 5. El profesor resuelve el ejercicio en el pizarrón, aclarando dudas generales.

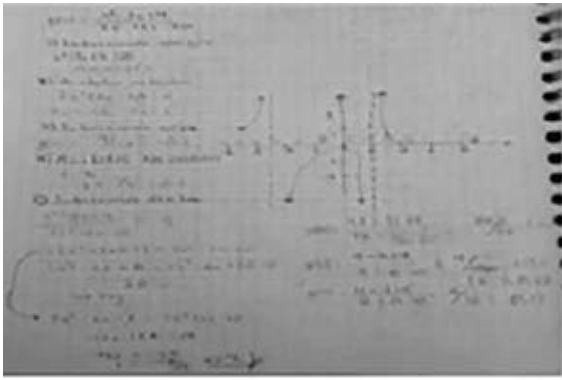


Imagen 4. Resolución del ejercicio 1 por los estudiantes (trabajo realizado en la libreta de forma individual)

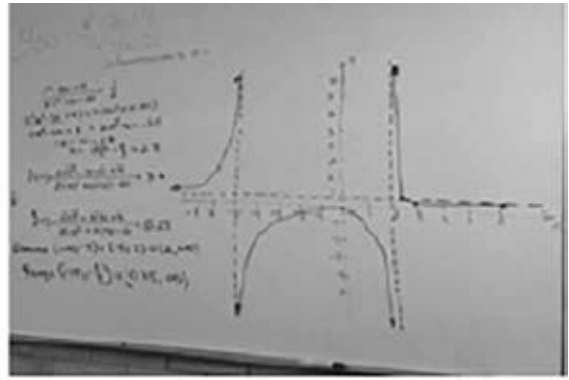


Imagen 5. Resolución del ejercicio 1 en el pizarrón por el profesor.

Después de realizar varios ejercicios en clase, se procedió a aplicar un examen con respecto a este tema sin usar el celular, para que al momento de entregar los exámenes a cada estudiante, estos pudieran comparar los resultados con los obtenidos con el uso de GeoGebra, como se muestra en la imagen 6.

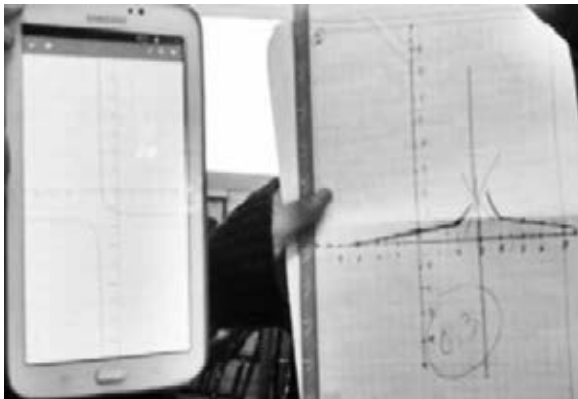


Imagen 6. Uso del celular en la corrección de examen

## Resultados

Problemas que se encontraron al momento del desarrollo de la actividad: no todos los alumnos contaban con Android, en su celular, los equipos con sistema de Windows no contaban con esta aplicación, a los alumnos que no estaban familiarizados con este tipo de aplicaciones, se les dificultó su uso al momento de realizar la actividad. Aunque es fácil introducir la función, en GeoGebra se debe tener cuidado, porque se mueve la función. La aplicación no da procedimientos algebraicos, ni información sobre las asíntotas verticales, horizontales y de los huecos de la función.

Ventajas que se encontraron en el desarrollo y final de la actividad: Los alumnos demostraron su habilidad para graficar sin necesidad de utilizar la aplicación, pero le sirvió para visualizar

la verificación y desplazamiento vertical de las gráficas. Se generó un ambiente de cooperación de los estudiantes para el uso de la aplicación; El Aprendizaje fue auto regulado por el alumno, al momento de la retroalimentación de las características de la gráfica y al irse modificando los parámetros de la función. Los estudiantes llegan a conclusiones y generalizaciones.



Fotografía: Archivo fotográfico de la DGECCCH, SC 2017

## Conclusión

El uso de la herramienta tecnológica ayuda en la exploración de conceptos e ideas, como en este caso, el uso de GeoGebra mediante el uso del celular, ahorró tiempo en la exploración de las Funciones Racionales, los estudiantes se sintieron motivados por conocer más y su aprendizaje mejoró, ya que observaron detenidamente la diferencia entre las distintas funciones y sus gráficas, Como modifica el valor que se le suma o resta a la primera función, los alumnos fueron más analíticos y críticos, se apropiaron de nuevos conceptos en el desarrollo del tema.

Al llevar a cabo la secuencia didáctica, se observó que requieren de ajustes, los cuales se están llevando a cabo, considerando algunas actividades que refuercen la postura del Plan de estudios actualizado del CCH, y el uso de las nuevas herramientas tecnológicas, cabe mencionar que cada grupo de estudiantes es diferente y la secuencia didáctica se modifica constantemente con la finalidad de cumplir con las necesidades de estas diferencias.

En este proceso los profesores tenemos que observar, canalizar y apoyar a los estudiantes que tienen problemas con la tecnología, mantenerlos en la actividad planeada, y responder a las preguntas que nos formulan, para que lleguen a las conclusiones esperadas. Al planear y diseñar las secuencias didácticas debemos de recapacitar en: ¿Qué queremos que el estudiante aprenda? y ¿Cómo podemos estimular su imaginación?, en el desarrollo del aprendizaje que queremos alcanzar mediante el uso de tecnología. En estas actividades hay que considerar las características de los distintos celulares, el tiempo que se requiere para la actividad y considerar que a veces la tecnología falla.

## Referencias

- Fundación Telefónica (2015). *Los MOOC en la educación del futuro: la digitalización de la formación*. Barcelona: Ariel. Recuperado de <<http://www.geogebra.org>>.
- Institute, i. G. (s.f.). *Matemática dinámica para aprender y enseñar*. Recuperado de <<https://www.geogebra.org/download>>.
- Mati-Tec:educación para todos [Blog]. Recuperado de <<http://innovacioneducativa.fundaciontelefonica.com/blog/2013/11/15/matematicas-movil-juego-matitec-el-reto/>>.
- UNAM. (2017). *Ticómetro. 2016*. Recuperado de <<https://educatic.unam.mx/publicaciones/ticometro/Ticometro2016.pdf>>.