

Este artículo ha sido concebido como contribución a la Década de la Educación para el Desarrollo Sostenible, instituida por Naciones Unidas para el periodo 2005-2014

¿Podemos mejorar la enseñanza de la resolución de problemas de “lápiz y papel” en las aulas de Física y Química?

Martínez Torregrosa, Joaquín,¹ Gil Pérez, Daniel,²
Becerra Labra, Carlos³ y Guisasola, Jenaro⁴

Introducción

La enseñanza de las ciencias en el nivel universitario y preuniversitario está actualmente en un proceso de desarrollo y cambio en todo el mundo (Tiberghien *et al.*, 1998; Gil Pérez y Vilches, 1999). Éste se debe, en parte, a las evidencias aportadas por la investigación sobre el fracaso generalizado de buena parte del alumnado en el aprendizaje de las ciencias, y también a las demandas planteadas por la sociedad a una educación que debería favorecer una alfabetización científica del ciudadano de este nuevo milenio (AAAS, 1989), y una preparación para las nuevas necesidades de los puestos de trabajo en un contexto caracterizado por una disminución de las tareas rutinarias (paulatinamente automatizadas) y un aumento de las destrezas de alto nivel intelectual. Todos los estudiantes, y no sólo unos pocos, necesitan aprender cómo pensar, razonar y comunicar eficazmente, cómo solucionar problemas complejos, y trabajar con grandes cantidades de datos, seleccionando los pertinentes para la toma de decisiones. No sólo es importante la comprensión profunda del contenido conceptual de las distintas materias, sino también (y simultáneamente) el desarrollo de destrezas complejas de pensamiento necesarias para desenvolverse competentemente en dichas materias (Black, 2001; NRC, 2001, p. 22).

Todas estas tendencias pueden resumirse en la aspiración de enseñar a los estudiantes a enfrentarse a situaciones problemáticas, a resolver problemas. Como explícitamente señalan los National Science Education Standards (1996): “*en todos los niveles, la educación científica debe basarse en la metodología de la investigación*”. En la enseñanza habitual, no obstante, el intento de enseñar a los alumnos a resolver problemas suele limitarse a la resolución de enunciados típicos al final de los temas. Tiene mucho interés, por tanto, analizar en qué medida se está utilizando esta actividad característica de las clases de Física y Química en un sentido coherente con las aspiraciones de la educación científica actual.

Como profesores de materias científicas sabemos que la

resolución de problemas de “lápiz y papel” es una actividad a la que se suele dedicar mucho tiempo, tanto dentro como fuera del aula. Ello responde, claro está, a que se la considera una actividad privilegiada de aprendizaje (para “aclarar, aplicar o movilizar” los conceptos) y de evaluación, como indica su preponderancia en los exámenes habituales. Sin embargo, basta reflexionar mínimamente sobre nuestra experiencia como profesores de secundaria y de los primeros niveles universitarios para constatar el fracaso generalizado de los alumnos cuando se enfrentan por sí solos a un problema que se separe, aun ligeramente, de los resueltos en clase. ¿Cómo es posible que a pesar del tiempo dedicado a las colecciones de problemas, se produzca esa aparente incapacidad para enfrentarse a nuevos problemas?

Desde nuestro punto de vista, superar esta situación requiere abandonar posibles justificaciones autoexculpatorias (“los estudiantes no estudian, no saben aplicar los conceptos, no dominan las matemáticas, ...”) y realizar un análisis en profundidad sobre lo que se hace habitualmente en las aulas para enseñar a resolver problemas, que ponga en cuestión hasta lo más obvio: ¿De verdad estamos enseñando a nuestros alumnos a enfrentarse a problemas? ¿Estamos generando oportunidades adecuadas para que aprendan qué hacer, cómo pensar, ante un problema? ¿Podemos mejorar la situación actual? La respuesta racional a estas preguntas requiere en primer lugar, clarificar qué entender por problema y qué debería caracterizar su proceso de resolución. Esto permitirá, en segundo lugar, analizar empíricamente en qué medida lo que se hace habitualmente en las aulas es coherente con lo que debería hacerse para enseñar a enfrentarse y resolver problemas. Por último, expondremos un modelo para la enseñanza de la resolución de problemas, y algunos de los resultados obtenidos con grupos experimentales a lo largo de veinte años de utilización.

¿Qué entender por problema? ¿Qué debería caracterizar su proceso de resolución?

Hace tiempo que los investigadores en la resolución de problemas de “lápiz y papel” (Krulik y Rudnik, 1980; Gil Pérez *et al.*, 1988a) señalaron las limitaciones de las investigaciones que no se preguntan, en general, qué es un problema. Existe un acuerdo entre quienes sí han abordado la cuestión, en considerar un problema como una situación que

¹Didáctica de las CC. Experimentales. Universidad de Alicante (joaquin.martinez@ua.es)

²Didáctica de las CC. Experimentales. Universidad de Valencia.

³Instituto de Física y Matemática. Universidad de Talca. Chile.

⁴Departamento de Física Aplicada. Universidad del País Vasco

presenta dificultades para las cuales no hay soluciones evidentes (Hudgins, 1966; Hayes, 1981; Gil Pérez y Martínez Torregrosa, 1983; Bodner y McMillen, 1986). La definición de Krulik y Rudnik (1980) resume bien este consenso: “Un problema es una situación, cuantitativa o no, de la que se pide una solución, para la cual los individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla”. Del mismo modo, se habla de “umbral de problematicidad” para cada persona (Jansweijer *et al.*, 1990) por encima del cual se puede decir que una situación constituye un verdadero problema para la persona en cuestión (y no un ejercicio, que no genera incertidumbre).

Precisamente, las ideas anteriores permiten criticar parcialmente la línea de investigación basada en el estudio comparativo de cómo resuelven problemas estándar cerrados, habituales en la enseñanza de la Física y la Química, los expertos y los novatos. Dichas investigaciones buscan conocer como patrón empírico los modos procedimentales de ambos, identificar las diferencias y tratar de reforzar el comportamiento experto, y disminuir el novato, mediante la enseñanza-aprendizaje. Aunque el conocimiento de los procedimientos utilizados por los expertos y novatos, así como el del funcionamiento de las memorias de largo y corto plazo tiene un valor intrínseco evidente, presentan limitaciones claras. En efecto, al partir de problemas estándar cerrados, los expertos están trabajando por debajo de su umbral de problematicidad, con una seguridad sólo posible en quien conoce el camino de antemano. ¿Actuarían de la misma manera en un campo específico en el que están empezando (como suele ser la situación de los alumnos)? De hecho, algunos autores han advertido que los expertos no se comportan del mismo modo ante lo que es un problema para ellos (Clement, 1994). Podemos encontrarnos, pues, propugnando estrategias que consideran los problemas como no-problemas, como algo que se sabe hacer, lo que reforzaría la actitud habitual de los estudiantes de “reconocer de inmediato o abandonar”. Consideramos, pues, más productivo —y coherente con las aspiraciones de la educación científica actual— plantearnos qué hacen los científicos cuando se enfrentan a lo que para ellos constituye un verdadero problema, cuando se enfrentan a una situación problemática. Dicho de otro modo, la actividad científica, la investigación, es un proceso en el que equipos de personas se enfrentan a situaciones problemáticas de interés, abiertas, y nuestra hipótesis ha sido (desde el inicio de la década de 1980) que los aspectos que caracterizan esta forma de producir y aceptar conocimientos, de avanzar en los problemas, también deberían estar presentes (en la medida de lo posible en el contexto escolar), en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas en nuestras aulas.

No es posible realizar aquí un análisis mínimamente

exhaustivo de la actividad científica. Simplemente nos referiremos a *algunas* características, que consideramos pertinentes para el tema que nos ocupa, sobre las que existe un consenso amplio entre los epistemólogos, historiadores (Chalmers, 1984; Harré, 1986) e investigadores en didáctica de las ciencias desde la perspectiva del “realismo moderado” (Longbottom y Butler, 1999; Osborne, 1996; Fernández *et al.*, 2002):

- Los problemas científicos son, en general, inicialmente “situaciones problemáticas confusas”. Los problemas no vienen “dados”, son situaciones que tienen interés (por distintas causas) pero que requieren ser simplificadas, modelizadas, definidas (operativizándolas, precisando cuál es el problema, qué se busca), partiendo, por supuesto, de los conocimientos que se poseen en el campo específico de la investigación. Es necesario “dar forma” a las situaciones problemáticas de interés, tomando decisiones para transformarlas en “investigables”.
- El avance en el problema está guiado por hipótesis, por “tentativas de respuesta”, que deben ser puestas a prueba lo más rigurosamente posible. El contexto hipotético-deductivo es característico de la actividad científica creativa, como señala Hempel (1976): “No se llega al conocimiento científico aplicando un proceso inductivo de inferencia a partir de datos recogidos con anterioridad, sino fundamentalmente intentando construir respuestas posibles a los problemas estudiados y sometiendo después las hipótesis a contrastación”.
- Las investigaciones no se encuentran, en general, con los “datos” como punto de partida, sino, repetimos, con situaciones problemáticas confusas: las magnitudes que se consideran relevantes para avanzar en el problema, los datos, se eligen en función de la acotación del problema y de las hipótesis formuladas.
- Puesto que no se razona en términos de certeza, ni el conocimiento científico se descubre “mirando directamente a la Naturaleza”, sino de un modo tentativo, es necesario dudar sistemáticamente de los resultados obtenidos y de todo el proceso de resolución. Ello obliga a interpretar y contrastar los resultados, mediante su consistencia con las hipótesis formuladas, a probar caminos distintos para ver si se obtiene lo mismo, a revisar la coherencia global con lo conocido en ese campo, o a ver si lo hecho abre y permite avanzar en nuevos problemas de interés. Esto puede conducir a revisar las hipótesis, la estrategia de resolución y/o, incluso, a reformular el problema de forma distinta.

Enseñar, pues, a los estudiantes a resolver problemas implica —desde nuestra línea de investigación— desarrollar la enseñanza y el aprendizaje en un contexto problematiza-

do, donde existan oportunidades sistemáticas y reiteradas de poner en práctica las formas de pensamiento y acción de la actividad científica.

¿En qué medida las explicaciones de los problemas hechas por los profesores o expuestas en los libros de texto están de acuerdo con su naturaleza de tarea desconocida, para la que de entrada no se posee solución?

Todos los análisis realizados (véanse por ejemplo: Gil y Martínez Torregrosa, 1984; Ramírez *et al.*, 1994; Becerra *et al.*, 2004; Guisasaola *et al.*, 2002, para Física y Reyes, 2001, p. 233 y sigs. para Química), coinciden en que en la enseñanza habitual los “problemas” son explicados (por libros y profesores) como algo que se sabe hacer, como algo cuya solución se conoce y que no genera dudas ni exige tentativas: el profesor conoce la situación, para él no es un problema y la explica linealmente, “con toda claridad”, transmitiendo la sensación real de que se trata de algo que debe saberse hacer desde el principio.

A título de ejemplo: al pedir a 92 profesores de Química de Bachillerato que valoraran críticamente un problema resuelto en un texto, sólo un 3,3% consideró como una deficiencia que no se analizara (se interpretara o se dudara) el resultado y sólo un 6,5% criticó el operativismo extremo (sin comentarios o ideas cualitativas) de la resolución mostrada en el libro (Reyes, 2001); en Física, al encuestar a 31 profesores de secundaria y universitarios chilenos (21 + 10) sobre qué recomendaciones darían a los alumnos para que mejoraran en resolución de problemas, no apareció referencia alguna a que es normal que un problema genere incertidumbre, ni mención a la naturaleza tentativa del proceso de resolución (necesidad de considerar la estrategia como hipótesis, de someter a prueba el resultado, ...), y tan sólo un 19% recomendó hacer un análisis cualitativo de la situación antes de empezar la resolución. En cambio, más del 80% se refirieron a leer detenidamente el enunciado, hacer muchos problemas, saberse bien la teoría y prestar atención al apartado matemático.

¿Cómo podríamos transformar la enseñanza de la RP para que se favorecieran las formas de pensamiento y acción características de una investigación?

En primer lugar, debemos evitar que sea posible un comportamiento operativista, mecánico, una búsqueda de datos-incógnitas y fórmulas que las contienen, y favorecer las características genuinas del trabajo científico. Y debemos hacer esto comenzando desde el principio: los propios enunciados. ¿Qué es lo que en los enunciados habituales favorece el comportamiento mecánico y dificulta la puesta en práctica de formas de pensamiento divergente –la formulación de

hipótesis en particular? Lo expuesto hasta aquí permite concebir que los enunciados totalmente directivos, con la inclusión de los datos como punto de partida, condiciones simplificadoras e, incluso, con apartados secuenciados, orientan la resolución hacia el manejo de unas determinadas magnitudes sin que ello responda a una reflexión cualitativa ni a las subsiguientes hipótesis, ignora la necesidad de realizar análisis cualitativos para acotar y definir el problema de modo que se pueda avanzar y, al menos, induce a una resolución no guiada por la elaboración de una estrategia previa. De este modo, al resolver un problema, el alumnado se ve abocado a buscar aquellas ecuaciones que pongan en relación los datos e incógnitas proporcionados en el enunciado, cayendo así en un puro operativismo. No basta, pues, denunciar dicho operativismo: se trata de hacerlo imposible atacando sus causas.

La comprensión de que la presencia de los datos en el enunciado, así como la indicación de todas las condiciones existentes todo ello como punto de partida responde a concepciones inductivistas y orienta incorrectamente la resolución, constituye un paso esencial en el desbloqueo de la enseñanza habitual de problemas y sus limitaciones (Gil y Martínez Torregrosa, 1983). Pero al mismo tiempo genera desconcierto, porque choca con la práctica reiterada, con lo que “siempre” se ha hecho. Un enunciado sin datos, se puede pensar, ¿no será algo excesivamente ambiguo frente a lo cual los alumnos acaben extraviándose? Ahora bien, la ambigüedad, o, dicho con otras palabras, las situaciones abiertas, ¿no son acaso una característica esencial de las situaciones genuinamente problemáticas? ¿Y no es también una de las tareas fundamentales del trabajo científico acotar los problemas abiertos, imponer condiciones simplificadoras? No se trata, pues, de evitar la ambigüedad sino de enseñar como enfrentarse a ella.

La discusión realizada permite comprender la conveniencia de “traducir” los enunciados cerrados habituales en situaciones problemáticas abiertas capaces de generar una resolución acorde con las características del trabajo científico. Y también de dar, inicialmente, unas orientaciones metodológicas y actitudinales a los alumnos para enfrentarse a este tipo de situaciones. A continuación presentamos algunos enunciados transformados y las orientaciones que damos (y seguimos en el aula) a los alumnos.

El trabajo realizado en numerosos talleres y cursos de perfeccionamiento del profesorado nos ha permitido constatar que los enunciados habituales son “traducibles” sin dificultad. Además, los profesores constatan que el gran número de enunciados que se encuentran al final de los temas en los libros de texto quedan reducidos a unos pocos realmente distintos. Esto favorece, además, evitar algo que se ha mostrado inefectivo, ya que permite centrar la atención

Cuadro 1. Ejemplos de transformación de enunciados habituales.

Enunciado habitual	Posible enunciado transformado para favorecer su abordaje como investigación
1. Partiendo de una disolución concentrada de ácido clorhídrico han sido preparados 5 litros de disolución diluida 0.1 M. El ácido concentrado tiene una densidad de 1.13 g/ml y contiene el 25,5% (en peso) de ácido clorhídrico. ¿Cuántos gramos de disolución concentrada se necesitaron?	1. ¿Qué cantidad de ácido clorhídrico concentrado hemos de tomar para preparar la cantidad de ácido clorhídrico diluido que necesitamos? (Ramírez <i>et al.</i> , 1994)
2. Calcular la masa de cloruro de cinc (ZnCl ₂) que podrá obtenerse al introducir 10 g de polvo de cinc (Zn) en un recipiente cerrado que contiene 5 g de cloro (Cl ₂)	2. ¿Qué cantidad de cloruro de cinc podrá obtenerse al introducir polvo de cinc en un recipiente cerrado que contiene cloro gaseoso? (Ramírez <i>et al.</i> , 1994)
3. El fuel que se emplea en una central térmica contiene un 0.8 % en peso de azufre. Suponiendo que todo el azufre reacciona con el O ₂ para dar SO ₂ y que en la central citada se queman 40 Tm de fuel al día. ¿Cuántos litros de SO ₂ (medidos a 730 mm de Hg y 120°C) salen por la chimenea diariamente?	3. ¿Cuánto contaminará una central térmica que funciona quemando fuel con impurezas de azufre? (Furió, Iturbe y Reyes, 1995)
4. Sobre un móvil de 5000 kg, que se desplaza con una velocidad de 20 m/s, actúa una fuerza de frenado de 10000 N ¿qué velocidad llevará a los 75 m de donde comenzó a frenar?	4.1 Un auto comienza a frenar al ver la luz amarilla ¿qué velocidad llevará al llegar al semáforo? 4.2 ¿Podrá aterrizar el avión sin salirse de la pista?
5. Un vehículo describe una curva de 20 m de radio siendo el coeficiente de rozamiento 0.2. Se pide: a) Determinar la rapidez máxima que podría llevar el vehículo sin llegar a deslizarse lateralmente; b) En caso de no haber rozamiento hállese el peralte de la curva para que a 25 m/s no se deslice lateralmente. Considérese el vehículo como un punto material.	5. ¿Con qué velocidad podrá tomar un automóvil una curva sin derrapar? (Martínez Torregrosa, 1987)
6.	6. ¿Cuánto tiempo tardará en calentarse el agua del termo eléctrico a la temperatura deseada?

en unos pocos problemas adecuadamente secuenciados y no en la realización de grandes colecciones de ellos (Leonard *et al.*, 2002). En cualquier caso interesa destacar que estas traducciones no plantean dificultades mayores y que cualquier enunciado habitual es transformable en situación problemática (Gil y MartínezTorregrosa, 1987).

¿Cómo enseñar a los alumnos a enfrentarse a problemas?

Pero la cuestión fundamental es, sin duda, cómo orientar a los alumnos para abordar situaciones abiertas, como las planteadas (en las que ya no es posible el simple juego de datos, fórmulas e incógnitas), puesto que no basta, obviamente, con enfrentarles a enunciados sin datos para lograr una actividad exitosa. Dichas orientaciones metodológicas constituyen un “modelo de resolución de problemas como investigación” (Gil y MartínezTorregrosa, 1983; Gil *et al.*, 1990; Maloney, 1994) y son puestas en práctica por el profesor y los equipos de alumnos, sistemática y reiteradamente, en un ambiente de investigación dirigida, donde el profesor actúa como un investigador experto que, en vez de transmitir la solución ya hecha, aconseja y guía metodológica y actitudinalmente a los alumnos, marcando claramente las fases y realizando puestas en común hasta que los alumnos se apropien del cambio metodológico. El objetivo final es que actúen así ante cualquier enunciado, incluso los habituales (siempre y cuando no les resulten triviales).

Dichas orientaciones consisten, básicamente, en las siguientes

I. Considerar cuál puede ser el interés de la situación problemática abordada

Si se desea romper con planteamientos excesivamente escolares, alejados de la orientación investigativa que aquí se propone, es absolutamente necesario evitar que los alumnos se vean sumergidos en el tratamiento de una situación sin haber podido siquiera formarse una primera idea motivadora. Esta discusión previa del interés de la situación problemática, además de proporcionar una concepción preliminar y de favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, permite una aproximación funcional a las relaciones CTSA (ciencia-tecnología-sociedad-ambiente), que continúan siendo, pese a reconocerse su importancia, uno de los aspectos más generalmente olvidados, pero algo cuya necesidad aparece cada vez con mayor claridad ante la situación de “emergencia planetaria” que estamos viviendo (Bybee, 1991; Vilches y Gil, 2003), que ha llevado a Naciones Unidas a instaurar una Década de la Educación para el Desarrollo Sostenible para el periodo 2005-2014 (<http://www.oei.es/decada/>).

II. Comenzar por un estudio cualitativo de la situación, intentando acotar y definir de manera precisa el problema, explicitando las condiciones que se consideran reinantes para poder avanzar en su solución, etc.
(En lenguaje de aula: ¿qué pasa ahí? ¿cuál es el problema?)

¿Qué condiciones voy a suponer para poder avanzar? ¿Cuál es el problema de un modo “operativo” —en lenguaje físico/químico/matemático?).

Cabe señalar que esto es lo que realizan habitualmente los expertos ante un verdadero problema y lo que en ocasiones se recomienda, sin demasiado éxito. Pero los alumnos, ahora, se ven obligados a realizar dicho análisis cualitativo: no pueden evitarlo lanzándose a operar con datos e incógnitas, porque no disponen de ellos. Han de imaginar necesariamente la situación física, hacer dibujos, tomar decisiones para acotarla, explicitar operativamente, en términos científicos, qué es lo que se trata de determinar (típicamente la operativización del problema exige pasar del lenguaje cotidiano al lenguaje físico-químico-matemático, por ejemplo: de “se trata de hallar la altura máxima que alcanzará” a “debemos hallar la posición, h , medida desde el origen elegido, cuando la velocidad es cero”; de “qué cantidad de ácido concentrado hemos de tomar de la botella” a “hallar cuánto volumen de la disolución concentrada contiene el número de moles de ácido que necesitamos”, etc). Esta operativización es uno de los aspectos que presenta más dificultad ante un verdadero problema y en ocasiones no se puede hacer en el análisis cualitativo. En ese caso, el profesor debe hacer conscientes a los alumnos de, por un lado, la necesidad de avanzar y, por otro, que será un paso obligado que habrá que dar a lo largo de la resolución (normalmente a la hora de proponer posibles estrategias).

III. Emitir hipótesis fundadas sobre los factores de los que puede depender la magnitud buscada y sobre la forma de esta dependencia, imaginando, en particular, casos límite de fácil interpretación física

Existe un consenso general entre los epistemólogos acerca del papel central de la hipótesis en el tratamiento de verdaderos problemas (Chalmers, 1984). En cierta medida, se puede decir que el sentido de la orientación científica —dejando de lado toda idea de “método”—, se encuentra en el cambio de un razonamiento basado en “evidencias”, en seguridades, a un razonamiento en términos de hipótesis, a la vez más creativo (es necesario ir más allá de lo que parece evidente e imaginar nuevas posibilidades) y más riguroso (es necesario fundamentar y después someter a prueba cuidadosamente las hipótesis, dudar del resultado, buscar la coherencia global). Así, son las hipótesis las que focalizan y orientan la resolución, las que indican los parámetros a tener en cuenta (los datos a buscar). Y son las hipótesis y la totalidad del corpus de conocimientos en que se basan las que permitirán analizar los resultados y todo el proceso. En definitiva, sin hipótesis una investigación no puede ser sino ensayo y error, deja de ser una investigación científica (Guisasola *et al.*, 2003).

Podría pensarse que es innecesario insistir aquí en estas

ideas tan conocidas, pero, desgraciadamente, es preciso reconocer que si el papel de las hipótesis apenas se toma en consideración en las prácticas de laboratorio, en lo que se refiere a los problemas de lápiz y papel la cuestión ni siquiera se plantea. Sin embargo, los problemas sin datos en el enunciado como los que proponemos obligan a los alumnos a hipotetizar, a imaginar cuáles deben ser los parámetros pertinentes y la forma en que intervienen. Así, por ejemplo, en un problema como “*Un automóvil comienza a frenar al ver la luz amarilla ¿con qué velocidad llegará al paso de peatones?*”, no se trata sólo de señalar que la velocidad buscada dependerá de la fuerza de frenado, masa del automóvil, distancia del paso de peatones a la que se encontraba inicialmente y velocidad que llevaba cuando comenzó a frenar, sino de predecir la forma de estas relaciones y, además, de considerar posibles casos límite en que se pueda prever el valor de la magnitud buscada. Los alumnos siguen así profundizando en la situación física, llegando a plantearse por ejemplo, que “si la fuerza de frenado fuese nula, la velocidad con que llegaría al paso de peatones seguiría siendo la inicial”, etc, etcétera.

Es cierto también que en ocasiones, incluso muy a menudo, los alumnos introducen ideas “erróneas” cuando formulan hipótesis. Por ejemplo, cuando se pide cuál será la altura máxima a la que llegará una piedra lanzada hacia arriba, muchos alumnos piensan en la masa del objeto como una variable pertinente. Pero esto, lejos de ser negativo, constituye quizá la mejor manera de sacar a la luz y tratar dichas ideas (que serán falsadas por los resultados obtenidos): cada vez que los alumnos abordan una situación problemática en la que interviene una caída de graves, sus ideas acerca de la influencia de la masa pueden reaparecer como hipótesis y ser tratadas. Por el contrario, la resolución de decenas de ejercicios habituales sobre este mismo tema no impide que un importante porcentaje de alumnos de Educación Secundaria e incluso de estudiantes universitarios continúe considerando como “evidente” que un cuerpo de masa doble que otro caerá en la mitad del tiempo empleado por el primero. Lo mismo ocurre, por ejemplo, con las ideas erróneas sobre equilibrio químico (Voska y Hikkinen, 2000), que suelen quedar inalteradas a pesar de los numerosos problemas habituales hechos sobre el tema.

IV. Elaborar y explicitar posibles estrategias de resolución antes de proceder a ésta, evitando el puro ensayo y error. Buscar distintas vías de resolución para posibilitar la contrastación de los resultados obtenidos y mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos de que se dispone

Si el corpus de conocimientos de que dispone el alumno juega, como hemos visto, un papel esencial en los procesos de resolución, desde la representación inicial del problema y la manera de modelizar la situación, hasta en las hipótesis

que se avanzan, es sin duda en la búsqueda de caminos de resolución donde su papel resulta más evidente. En efecto, los problemas de lápiz y papel son situaciones que se abordan disponiendo ya de un corpus de conocimientos suficientemente elaborado para permitir la resolución: su estatus en los libros de texto es el de problemas “de aplicación”. Son situaciones que se pueden resolver con los conocimientos ya construidos y reiteradamente probados, sin que haya necesidad, pues, de nuevas verificaciones experimentales. Es por tanto lógico y correcto que en la literatura sobre resolución de problemas de lápiz y papel se dé mucha importancia a un buen conocimiento teórico. Yano resulta tan correcto que se interprete el fracaso en la resolución como evidencia de la falta de esos conocimientos teóricos. Se olvidan así aspectos básicos del aprendizaje y de la actividad científica. Todos somos conscientes de que los conceptos y teorías ni se inventan ni se aprenden “a la primera y de una vez para siempre”, y, especialmente en la fase de formación, durante la enseñanza, se debe acompañar a los alumnos para que clarifiquen y consoliden la comprensión de conceptos, teorías y principios fundamentales, precisamente cuando están utilizándolos *funcionalmente*, en la resolución de un problema. Por otro lado, las estrategias de resolución no derivan automáticamente de los principios teóricos sino que son también construcciones tentativas, que parten del planteamiento cualitativo realizado, de las hipótesis formuladas y de los conocimientos que se poseen en el dominio particular, pero que exigen imaginación y ensayos. Las estrategias de resolución son, en cierta medida, el equivalente a los diseños experimentales en las investigaciones que incluyen una contrastación experimental y hay que encararlas como una tarea abierta, tentativa. Es por ello que resulta conveniente buscar varios caminos de resolución, lo que además de facilitar la contrastación de los resultados puede contribuir a mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos. Así, por ejemplo, el problema del automóvil que comienza a frenar, al que nos estamos refiriendo, permite una estrategia cinemático-dinámica para su resolución, a partir de la ecuación fundamental de la dinámica y las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, así como un tratamiento energético, partiendo del teorema del trabajo y la energía cinética.

En cualquier caso, el profesor debe resaltar que es *normal* que no se encuentre una estrategia plausible de inmediato y que ello exige pensar caminos alternativos, “dar vueltas”, para hacer más probable el éxito. En ocasiones, por ejemplo, es necesario dividir el problema en subproblemas, suponer condiciones más restrictivas, abordar problemas sobre el mismo campo que parezcan más asequibles, ..., todo ello para volver al punto de bloqueo con más probabilidades de éxito.

V. Realizar la resolución verbalizando al máximo, fundamentando lo que se hace y evitando, una vez más, operativismos carentes de significación física

La petición de una planificación previa de las estrategias de resolución está dirigida a evitar una actividad próxima al simple “ensayo y error”, pero no pretende imponer un proceso rígido: los alumnos (y los científicos) conciben en ocasiones las estrategias de resolución a medida que avanzan, no estando exentos de tener que volver atrás a buscar otro camino, como acabamos de señalar. En todo caso, es necesario que la resolución esté fundamentada y claramente explicada previamente o a medida que se avanza lo que exige verbalización y se aleja de los tratamientos puramente operativos, sin ninguna explicación, que se encuentran tan a menudo en los libros de texto. Ello exige también una resolución literal hasta el final, lo que permite que el tratamiento se mantenga próximo a los principios manejados y facilitará, además, el análisis de los resultados. Como indican Jansweijer *et al.* (1987): “Cuando la tarea es un verdadero problema, las dificultades y las revisiones son inevitables” y ello se ve facilitado, sin duda, por una resolución literal en la que los factores considerados como pertinentes aparecen explícitamente y se pueden reconocer los principios aplicados, lo que no ocurre, obviamente, en el caso de una resolución numérica. Además, dejar las operaciones numéricas para el final evita una sobrecarga de la memoria de trabajo a corto plazo de los resolventes, que pueden dedicar así una mayor atención a aspectos estratégicos, favoreciendo el éxito en la resolución (Leonard *et al.*, 2002).

VI. Analizar cuidadosamente los resultados a la luz de las hipótesis elaboradas y, en particular, de los casos límite considerados

El análisis de los resultados constituye un aspecto esencial en el abordaje de un verdadero problema y supone, sobre todo, su contrastación con relación a las hipótesis emitidas y al corpus de conocimientos. Desde este punto de vista adquieren pleno sentido propuestas como la que Reif (1983) denomina “verificación de la consistencia interna”:

- “¿Es razonable el valor de la respuesta?”.
- “¿Depende la respuesta, de una forma cualitativa, de los parámetros del problema en el sentido que cabría esperar?”.
- “¿Se ajusta la respuesta a lo que se podría esperar en situaciones sencillas y especiales (por ejemplo las correspondientes a valores extremos de las variables)?”.
- “¿Se obtiene la misma respuesta por otro medio diferente de resolución?”.

Es importante constatar hasta qué punto el proceso de análisis de los resultados preconizado por Reif en el texto

precedente se ajusta a una verificación de hipótesis que si fueran avanzadas al principio de la resolución para orientarla y dirigir la búsqueda de los datos necesarios las variables pertinentes en lugar de pedir que “se reconozcan” en el enunciado como punto de partida. Cabe preguntarse, una vez más, por qué ese paso lógico y aparentemente tan sencillo no ha sido dado ni por Reif ni por otros autores. En nuestra opinión, la razón de ello estribaría en el hecho de aceptar, sin cuestionarlo, el tipo habitual de enunciado y la orientación didáctica asociada al mismo, consistente en “des-problematizar” los problemas.

Añadamos que, al igual que ocurre en una verdadera investigación, los resultados pueden ser origen de nuevos problemas. Sería conveniente que los alumnos (y los profesores) llegasen a considerar este aspecto como una de las derivaciones más interesantes de la resolución de problemas, poniendo en juego de nuevo su creatividad. Se trataría, pues, de incluir una séptima actividad en el tratamiento de los problemas:

VII. Considerar las perspectivas abiertas por la investigación realizada contemplando, por ejemplo, el interés de abordar la situación a un nivel de mayor complejidad o considerando sus implicaciones teóricas (profundización en la comprensión de algún concepto) o prácticas (posibilidad de aplicaciones técnicas). Concebir, muy en particular, nuevas situaciones a investigar, sugeridas por el estudio realizado

Es conveniente solicitar, por último, la elaboración de una memoria del tratamiento del problema, es decir, de la investigación realizada, que contribuya a dar a la comunicación y al aspecto acumulativo toda la importancia que poseen en el proceso de construcción de conocimientos. Ello ha de ser ocasión para una recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento del problema, tanto desde el punto de vista metodológico como desde el conceptual o axiológico. Dicha memoria se convierte así en un producto de interés para la comunidad, superando la idea de ejercicio escolar (destinado exclusivamente al profesor), lo que suele jugar un indudable papel motivador. Podemos así incluir esta última propuesta:

VIII. Realizar una recapitulación que explique el proceso de resolución y que destaque los aspectos de mayor interés en el tratamiento de la situación considerada (especialmente las dificultades encontradas y la forma en que se han superado)

Es conveniente remarcar que las orientaciones precedentes no constituyen un algoritmo que pretenda guiar paso a paso la actividad de los alumnos. Muy al contrario, se trata de indicaciones genéricas destinadas a llamar la atención contra ciertos “vicios metodológicos”: la tendencia a caer en operativismos ciegos o a pensar en términos de certeza, lo que se

traduce en no pensar en posibles caminos alternativos de resolución o en no poner en duda y analizar los resultados, etcétera. Se trata, además, de un modelo para enseñar a enfrentarse a problemas, que permite al profesor intervenir de un modo más adecuado conceptual, metodológica y actitudinalmente, elevando así las probabilidades de éxito en la resolución. Nos remitimos para mayor información a otros trabajos que incluyen la “traducción” y resolución de numerosos problemas de Física y Química, así como los resultados obtenidos con alumnos de Educación Secundaria (Martínez Torregrosa, 1987; Ramírez *et al*, 1994; Reyes, 1991).

Estamos, ahora, en disposición de valorar el efecto de la puesta en práctica del modelo de resolución de problemas como investigación.

¿En qué medida el modelo propuesto mejora la capacidad de los alumnos para enfrentarse a problemas? Algunos resultados de la utilización sistemática en el aula del modelo de resolución de problemas como investigación

Desde su invención a principios de los años 80 (Gil y Martínez Torregrosa, 1983) este modelo ha sido reiteradamente puesto a prueba en las aulas, en distintos campos de conocimiento (Mecánica, Electricidad y Magnetismo, Química, ..) y niveles (secundaria y universitario), y los resultados de su utilización sistemática han sido coincidentes: un claro cambio metodológico en la forma de enfrentarse (autónomamente) a problemas, un aumento en la capacidad de resolución y una actitud muy positiva en los alumnos. A título de ejemplo presentamos algunos resultados de su primera utilización (en situación de investigación), con alumnos de Bachillerato de la asignatura “Física y Química” (curso 3º de Bachillerato Unificado y Polivalente, BUP, 16-17 años), realizada a principios de los años 80 del siglo pasado, y de la última investigación realizada (Becerra, 2004) con alumnos de la asignatura de Física de primer curso de la carrera de Ingeniería Agrícola en la Universidad de Talca (Chile). Resultados similares en otros campos pueden encontrarse en Ramírez, Gil y MartínezTorregrosa (1994), Reyes (1991) y Ceberio (2004).

Resultados que muestran el cambio metodológico y el aumento en la capacidad para enfrentarse a problemas

El primer grupo experimental estuvo constituido por los 40 alumnos de un grupo de 3º de BUP (16 a 17 años) de un centro público de enseñanza en Alicante. Durante los cuatro meses y medio que se dedican a la Física en dicho curso (principalmente Mecánica) se les enseñó a resolver problemas según el modelo descrito. A lo largo de este periodo se

comparó su aprendizaje con cuatro grupos de control del mismo curso y cuatro grupos de control de un curso superior que estudiaban la asignatura de Física en el Curso de Orientación Universitaria (COU). Todos los alumnos seguían el itinerario de “ciencias puras”, estaban cursando, pues, las mismas asignaturas optativas. La comparación se realizó enfrentando a los alumnos individual y anónimamente a tres problemas seleccionados por un grupo de expertos –todos ellos con enunciado habitual– y catalogados como “habitual”, “habitual con datos superfluos, en situación de examen” y “de dificultad superior con datos superfluos”. En los dos últimos problemas, sin inducir a error, se suministraron datos que no eran necesarios para la solución (una lista con datos), para identificar comportamientos operativistas e irreflexivos. Ninguno de los grupos se había enfrentado anteriormente con enunciados con datos superfluos.

En las tablas 1, 2 y 3 presentamos algunos de los resultados del análisis de las resoluciones de los alumnos. El orden de la serie de tres resultados para cada aspecto indica el problema del que se obtuvieron (“habitual”; “habitual con datos superfluos en situación de examen” y “de dificultad superior con datos superfluos”) excepto cuando se indica otro orden.

¿En qué medida es persistente el cambio metodológico ante la resolución de problemas? Los siguientes resultados muestran cómo se enfrentaron a un problema de física alumnos experimentales (instruidos con el modelo de resolución de problemas como investigación en el desarrollo de la asignatura “Física” que se imparte en el primer semestre del primer curso de ingenieros agrónomos) y alumnos de control (habían cursado la misma asignatura de modo habitual), tres, seis y doce meses después de haber acabado dicha asignatura. Todos los alumnos habían superado la asignatura

Tabla 1. Análisis comparativo de las resoluciones de los alumnos en tres problemas (1983).

Aspecto analizado: operativismo, planteamiento cualitativo, formulación de hipótesis (en tres problemas)	Grupo Experím. (3º BUP)	Grupo de control (3º BUP)	Grupo de control (COU)
	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)
Sobre el comienzo del problema y planteamiento cualitativo:			
• Los datos aparecen inmediatamente (medido en los tres problemas : “habitual”, “situación de examen con datos superfluos” y “dificultad superior con datos superfluos”)	25 (6'8) 17'9 (6'1) 35 (7'5)	100 (–) 97'1 (2'1) 100 (–)	89'7 (3'7) — 100 (–)
• Utiliza datos superfluos (sólo en problema en situación de examen y problema de dificultad superior)	10'3 (4'9) 22'5 (6'6)	54'4 (6'0) 52'0 (10'0)	— 55'0 (6'8)
• Momento en que aparecen por primera vez fórmulas durante la resolución (sólo en problema habitual y problema de dificultad superior):			
• En los cinco primeros minutos	5'0 (3'5) 5'0 (3'5)	86'8 (5'9) 65'6 (8'4)	60'4 (5'9) 94'7 (3'0)
• Entre cinco y diez	5'0 (3'5) 7'5 (4'2)	7'9 (4'4) 34'4 (8'4)	26'5 (5'3) 5'3 (3'0)
• Entre diez y quince	7'5 (4'2) 10'0 (4'7)	2'6 (2'6) 0 (–)	10'8 (3'6) 0 (–)
• Entre quince y veinte	32'5 (7'4) 22'5 (6'6)	2'6 (2'6) 0 (–)	0 (–) 0 (–)
• Entre veinte y veinticinco	27'5 (5'8) 22'5 (6'6)	0 (–) 0	0 0
• Entre veinticinco y treinta	5'0 (3'5) 17'5 (6'0)	0 0	0 0
• Más de treinta minutos	17'5 (6'0) 15'0 (5'6)	0 0	0 0
• Se hace planteamiento cualitativo	62'5 (7'6) 76'9 (6'7) 65'0 (7'5)	21'1 (6'6) 4'4 (2'5) 6'3 (4'3)	32'3 (5'7) — 0 (–)
Sobre formulación de hipótesis:			
• Se formulan hipótesis	92'5 (4'2) 100 (–) 90'0 (4'7)	0 (–) 0 (–) 0 (–)	1'5 (1'5) — 0 (–)
• Se avanzan casos límite que deben ser cumplidos por el resultado	80'0 (6'3) 92'3 (4'3) 82'5 (6'0)	0 (–) 0 (–) 0 (–)	1'5 (1'5) — 0 (–)

Tabla 2. Análisis comparativo de las resoluciones de los alumnos en tres problemas (1983).

Aspecto analizado: elaboración de estrategias, resolución, análisis de resultados, resultado correcto, abandono, grado de verbalización (en tres problemas)	Alumnos Experm. (3° BUP)	Alumnos de control (3° BUP)	Alumnos de control (COU)
Sobre la estrategia, la resolución y el análisis de resultados:	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)
• Elaboran una estrategia <i>antes</i> de iniciar la resolución			
– problema habitual	80'0 (6'3)	10'5 (5'0)	7'3 (3'2)
– problema en situación de examen con datos superfluos	74'4 (7'0)	0 (–)	–
– problema de dificultad superior con datos superfluos	52'5 (7'9)	3'1 (3'1)	0 (–)
• Siguen una estrategia correcta	50'0 (7'9)	28'9 (7'4)	25'0 (5'2)
	92'3 (4'3)	22'1 (5'0)	–
	42'5 (7'8)	6'3 (4'3)	7'0 (3'4)
• Efectúan una resolución literal	77'5 (6'6)	0 (–)	27'9 (5'4)
	94'9 (3'5)	2'9 (2'1)	–
	85'0 (5'7)	0 (–)	5'3 (3'0)
• Analizan el resultado	65'0 (7'5)	2'6 (2'6)	2'9 (2'0)
	71'8 (7'2)	0 (–)	–
	55'0 (7'9)	0 (–)	0 (–)
• Alcanzan un resultado correcto	45'0 (7'9)	26'3 (–)	25'0 (5'2)
	48'7 (8'0)	7'3 (3'2)	–
	32'5 (7'4)	0 (–)	1'8 (1'7)
• Porcentaje de abandono o resolución totalmente incorrecta	30'0 (7'3)	57'9 (8'0)	54'4 (6'0)
	12'8 (5'3)	69'1 (5'6)	–
	32'5 (7'4)	96'9 (3'1)	89'5 (4'1)
• Grado de verbalización (nº medio de frases escritas por alumno)	16'3	3'3	5'0
	23'1	1'2	–
	22'6	2'4	0'2

(tanto los experimentales como los de control) y se encontraban en semestres superiores. Los alumnos recibieron instrucción en el grupo experimental o de control, según sus apellidos, pues ése era el criterio de asignación de la universidad. Los resultados corresponden a alumnos pertenecientes a tres promociones distintas (1, 2, 3).

Los resultados de las tablas 1 y 2 y los de la tabla 5 están separados por 20 años y son totalmente concordantes con los obtenidos en otras investigaciones en Química y Electromagnetismo con el mismo modelo.

Actitudes generadas por el modelo

Por último, el efecto actitudinal en los alumnos, medido mediante la autopercepción comparativa (alumnos experimentales que comparan con otras metodologías), es muy positivo. Los resultados de la tabla 4 están obtenidos en 1983 y los de la tabla 5, entre 2002 y 2004.

Los resultados obtenidos en tres semestres sucesivos en que se utilizó el modelo en Física de primer curso universitario se muestran en la tabla 5.

Todos los resultados anteriores requieren pocos comentarios. Podemos afirmar que cuando se enseña a los alumnos a resolver problemas según el modelo de resolución de problemas como investigación, se produce una gran mejoría respecto a la situación habitual.

Más allá de la resolución de problemas de “lápiz y papel”

No obstante, tal como decíamos al principio, no basta con plantear los problemas del final de los temas como situaciones problemáticas abiertas. Desde nuestra línea de investigación, tomarse seriamente el objetivo de enseñar a los alumnos a enfrentarse a problemas (a tareas de alto nivel intelectual), de avanzar en la alfabetización científica, implica organizar *toda* la enseñanza de las ciencias en torno al tratamiento de problemas *fundamentales*, donde la resolución de problemas de “papel y lápiz” adquiere el estatus de “situaciones de puesta a prueba de los conceptos y modelos inventados para avanzar en la solución a problemas más amplios” (MartínezTorregrosa *et al.*, 1994). No se justifica, pues, la habitual separación de tareas (introducción de conceptos y modelos; trabajos prácticos; problemas de “lápiz y papel”) que, precisamente, adquieren sentido por su papel complementario en distintas fases del planteamiento, desarrollo y solución de situaciones abiertas de interés (Gil *et al.*, 1999; Garritz e Irazoque, 2004). La enseñanza de un tema debería organizarse, por tanto, a partir del planteamiento de un problema de interés (con suficiente entidad, capacidad estructurante y adecuado al nivel) que esté en el origen de los conocimientos que deseamos que los alumnos aprendan, y la secuencia de apartados del mismo, el índice,

Tabla 3. Persistencia del cambio metodológico después de la instrucción con el modelo de RP como investigación (Grupos experimentales, GE, y no experimentales, GC). Estudiantes universitarios, 2002-2004.

Análisis de la resolución de un problema de física por alumnos que han superado la asignatura	Doce meses después		Seis meses después		Tres meses después		
	GE1 (n= 20)	GC1 (n= 15)	GE2 (n= 26)	GC2 (n= 14)	GE3 (n= 25)	GC3 (n= 15)	
	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)	% (Sd)	
I) Sobre el planteamiento cualitativo							
1	Aparecen datos y fórmulas al inicio de la resolución	15,0 (8,0)	80,0 (10,3)	3,8 (3,8)	71,4 (12,1)	8,0 (5,4)	66,7 (12,2)
2	Expresa en forma cualitativa los aspectos de la situación física (descripción interpretativa de lo que ocurre)	60,0 (11,0)	33,3 (12,2)	61,5 (9,5)	35,7 (12,8)	76,0 (8,5)	53,3 (12,9)
3	Expresa las condiciones que se van a suponer para acotar y definir el problema, relacionado con la conciencia del campo de validez y aplicabilidad de los conceptos estudiados	55,0 (11,1)	13,3 (8,8)	57,7 (9,7)	14,3 (9,4)	60,0 (9,8)	26,7 (11,4)
II) Sobre la elaboración de estrategias							
4	Elabora una estrategia de resolución antes de proceder a ésta	50,0 (11,2)	26,7 (11,4)	57,7 (9,7)	28,6 (12,1)	68,0 (9,6)	33,3 (12,2)
III) Sobre la resolución del problema							
5	Procede a la resolución como la puesta en práctica de la estrategia planteada	50,0 (11,2)	26,7 (11,4)	57,7 (9,7)	28,6 (12,1)	64,0 (9,6)	33,3 (12,2)
6	Realiza la resolución fundamentando y verbalizando lo que se hace	35,0 (10,7)	20,0 (10,3)	50,0 (9,8)	21,4 (11,0)	56,0 (9,9)	20,0 (10,3)
7	Comienza con una resolución literal, antes de introducir valores numéricos	50,0 (11,2)	26,7 (11,4)	53,8 (9,8)	28,6 (12,1)	60,0 (9,8)	26,7 (11,4)
IV) Sobre el análisis de los resultados							
8	Interpreta de alguna forma los resultados obtenidos	40,0 (11,0)	6,7 (6,4)	42,3 (9,7)	7,1 (6,9)	56,0 (9,9)	20,0 (10,3)
9	Somete a prueba (se duda de) los resultados obtenidos	30,0 (10,2)	0,0 (-)	30,8 (9,1)	0,0 (-)	48,0 (10,0)	0,0 (-)
V) Otros aspectos							
10	Resultado correcto	50,0 (11,2)	20,0 (10,3)	53,8 (9,8)	21,4 (11,0)	52,0 (10,0)	26,7 (11,4)
11	Abandona la resolución	15,0 (8,0)	53,3 (12,9)	11,5 (6,3)	50,0 (13,4)	16,0 (7,3)	40,0 (12,6)

Tabla 4. Autopercepción de alumnos de Bachillerato que habían sido instruidos en el curso anterior según el modelo de enseñanza por investigación (1984) (n= 30).

A lo largo de este curso has tenido ocasión de conocer una forma distinta a la del curso anterior de resolver problemas de Física. Estamos realizando un estudio para mejorar esta actividad y te rogamos que expreses tu opinión de un modo reflexivo. ¡Gracias! Valora de 0 a 10 los siguientes aspectos:	Metodología empleada este curso (modelo habitual) (valor medio)	Metodología empleada el curso pasado (modelo de RP como investigación)
1. Cómo resulta de atractiva e interesante la resolución de problemas	2'4	8'9
2. Preparación que produce para resolver problemas que no se han hecho antes	1'2	9'2
3. Grado en que favorece la comprensión profunda de los conceptos	2'6	8'7
4. Autoconfianza que produce a la hora de resolver problemas	2'3	8'5
5. Cómo contribuye a fomentar un modo de actuar coherente con la metodología científica	1'7	8'9
6. Adquisición de hábitos de reflexión, de planificación de estrategias, de comprobación de resultados,...	1'0	9'4

Tabla 5. Autopercepción de tres grupos experimentales de física en primer curso universitario (2002 a 2004) (valor medio en negrilla y desviación estándar entre paréntesis)

Valora de 0 a 10 el grado de acuerdo con las siguientes afirmaciones referidas a la metodología del actual curso de Física y la de los cursos anteriores (10: totalmente de acuerdo; 5: indiferente; 0: totalmente en desacuerdo)	GE1 (n= 53)		GE2 (n= 62)		GE3 (n= 56)	
	actual	anterior	actual	anterior	actual	anterior
1. Aumenta la capacidad para resolver todo tipo de problemas y situaciones físicas	8,9 (0,7)	3,8 (1,2)	8,4 (0,8)	3,2 (1,2)	8,0 (0,9)	3,7 (1,2)
2. Prepara para saber cómo enfrentarse a problemas y situaciones que no se han hecho antes	8,3 (1,2)	3,6 (0,9)	8,6 (0,7)	3,1 (0,9)	8,1 (0,7)	3,5 (0,7)
3. Favorece la comprensión profunda de conceptos	8,1 (0,8)	3,1 (1,1)	8,3 (1,2)	3,2 (1,3)	8,5 (0,6)	3,7 (0,9)
4. Produce la adquisición de hábitos de reflexión, argumentación, planificación de estrategias y el análisis de los resultados obtenidos	8,5 (0,9)	3,4 (0,7)	8,2 (1,3)	3,9 (0,8)	8,7 (0,7)	3,7 (0,7)
5. Hace atractiva e interesante la actividad de resolver problemas y situaciones físicas	8,1 (0,6)	3,5 (1,3)	8,1 (0,6)	3,5 (0,7)	8,2 (0,8)	3,3 (0,9)
6. Contribuye a que la Física sea más interesante	7,8 (0,5)	3,2 (1,0)	8,2 (0,8)	3,7 (0,6)	8,0 (0,9)	3,3 (1,0)

debe corresponder con una posible estrategia para avanzar en la solución a dicho problema (Martínez Torregrosa *et al.*, 2008; Verdú *et al.*, 2002).

Anexo. Un ejemplo de tratamiento de situaciones problemáticas

Presentamos aquí un ejemplo concreto de tratamiento de una situación problemática abierta con una orientación investigativa. Hemos elegido una situación especialmente elemental para mostrar cómo al orientar su resolución como una investigación, la actividad se enriquece notablemente, convirtiéndose en ocasión de practicar aspectos clave del trabajo científico, favoreciendo además una notable mejora en los resultados (Gil *et al.*, 1993).

Cuando hemos de atravesar una vía de circulación rápida por un lugar donde no existe paso de peatones, solemos analizar brevemente la situación y optar entre pasar o esperar. Esta elección se apoya en la recogida y tratamiento de informaciones pertinentes que, aunque tengan un carácter inconsciente, no dejan de basarse en las leyes de la Física. Proponemos, pues, abordar dicha situación, respondiendo a esta cuestión:

Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos venir un coche: ¿pasamos o nos esperamos?

Como puede verse se trata de una situación en la que cualquier alumno, cualquier ciudadano, puede encontrarse con relativa frecuencia y en la que necesariamente se procede a realizar estimaciones cualitativas que determinan la elección final (pasar o esperarse). Explicitar dichas estimaciones y proceder a un tratamiento más riguroso de la situación puede tener interés desde distintos puntos de vista, ya que permite:

- Ayudar a comprender el papel de las estimaciones cualitativas, a las que los científicos recurren con frecuencia, previamente a realizar cálculos más precisos. Se puede romper así con la visión tópica que asocia trabajo científico con cálculos minuciosos que, a menudo, pierden toda significación.
- Hacer ver que las disposiciones legales sobre límites de velocidad, las decisiones urbanísticas sobre localización de semáforos, isletas en el centro de una calzada, etcétera, se basan –o deberían basarse– entre otros aspectos, en un estudio físico cuidadoso de las situaciones, es decir, en la resolución de problemas como el que aquí se propone.
- Podemos referirnos, por último, al interés que puede tener el tratamiento de esta situación para incidir en aspectos de educación vial y, más en general, en la toma de decisiones en torno a problemas CTSA.

Vale la pena, pensamos –en éste y en cualquier problema– pedir a los alumnos que se planteen **cuál puede ser el interés de la situación problemática propuesta** e insistir en algunas de las ideas aquí expuestas. Ello puede contribuir a favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, evitando que los alumnos se vean sumergidos en el tratamiento de una situación sin haber podido siquiera formarse una primera idea motivadora. De hecho, cuando se propone este problema a estudiantes de Secundaria o a profesores en formación, los grupos de trabajo introducen ideas semejantes a las aquí expuestas.

En general, si se desea romper con planteamientos excesivamente escolares, alejados de la orientación investigativa que aquí se propone, es absolutamente necesario que cada tarea planteada sea presentada cuidadosamente, pres-

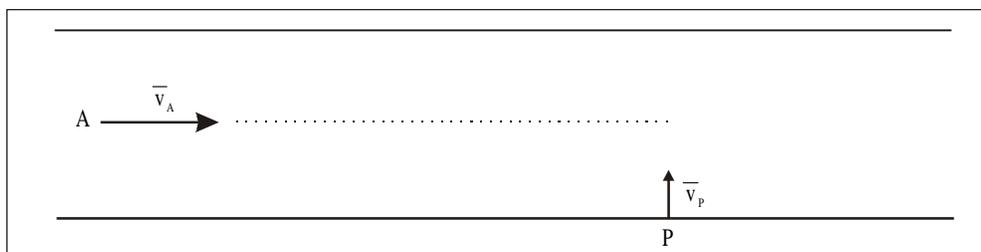


Figura 1.

tando atención a crear un interés previo que evite un activismo ciego.

Veamos ahora, tras estas reflexiones introductorias, el desarrollo previsible del trabajo de los alumnos en este problema, cuando les pedimos que procedan al **análisis cualitativo de la situación y al planteamiento preciso del problema**.

Señalemos, en primer lugar, que solicitar “el análisis cualitativo de la situación y planteamiento del problema” constituye una petición bastante global, lo que nos parece preferible a ir orientando el trabajo de los alumnos con preguntas más concretas que parcialicen el abordaje de la situación. Ello no quiere decir que el profesor no pueda introducir, si lo considera necesario, nuevas cuestiones durante las puestas en común, pero lo esencial es que los grupos de trabajo se planteen una actividad suficientemente global para que tenga sentido y no constituya un simple ejercicio escolar controlado por el profesor. El papel de éste ha de ser el de favorecer una actividad lo más autónoma y significativa posible, sin descomponer innecesariamente la tarea mediante preguntas muy concretas que pueden incluso esconder el hilo conductor

Volviendo al problema que nos ocupa, señalaremos en primer lugar que analizar una situación problemática abierta hasta formular un problema concreto exige un esfuerzo de precisión, de toma de decisiones modelizantes, etc., que, incluso en un problema tan sencillo como éste, encierra dificultades para los alumnos. Entendemos, sin embargo, que son dificultades debidas, en gran parte, a la falta de hábito en detenerse suficientemente en las situaciones,

en hacer explícito lo que “se da por sentado”, etcétera. La intervención del profesor no necesita, pues, en general, ir más allá de pedir precisiones e impulsar a una mayor profundización. Los alumnos pueden llegar así, tras la puesta en común del trabajo de los pequeños grupos, a concebir la situación planteada en la forma que transcribimos, sintéticamente, a continuación:

“Consideraremos que el automóvil A sigue una trayectoria rectilínea y que el peatón P atraviesa también en línea recta, perpendicularmente (figura 1). Tomamos las velocidades del automóvil, v_A , y del peatón, v_P , como constantes: no sólo porque es la situación más sencilla, sino porque el peatón ha de atravesar sin obligar a frenar al automóvil”.

La discusión acerca de la constancia de las velocidades es del mayor interés y no siempre se produce espontáneamente. No se trata sólo de una simplificación como las que suelen hacerse para facilitar la resolución de un problema sino que constituye una cuestión esencial de educación vial: el conductor también evalúa la situación y ha de poder seguir su movimiento sin frenar ni desviarse bruscamente (con los peligros que ambas cosas comportan). Por supuesto la discusión puede ir más lejos y contemplar la cuestión de las velocidades máximas a las que circulan los coches y de la distancia mínima entre ellos. En efecto, si el peatón ha alcanzado un automatismo, basado en la distancia a la que percibe los coches y en la velocidad máxima a la que estos circulan habitualmente, ¿qué ocurrirá cuando un conductor circule a mayor rapidez... o acelere una vez el peatón ha comenzado ya a atravesar? ¿Qué puede ocurrir, por otra

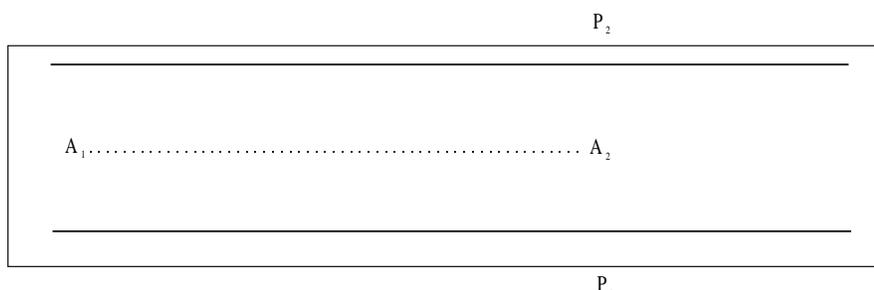


Figura 2.

parte, si el coche frena y hay otro automóvil detrás que no ha respetado la distancia mínima que corresponde a su velocidad? Se trata, pues, de proceder a opciones que van más allá de la simple modelización simplificadora y que pueden dar lugar a debates muy vivos (“*¡La ciudad ha de ser, ante todo, para los peatones! ¡Habría que poner fuertes multas a los peatones irresponsables!*”, etcétera). Los alumnos, por último, añaden la siguiente precisión para acotar el problema:

“Cabe pensar que el peatón atravesará si puede llegar a la otra orilla antes que el automóvil llegue a su altura, es decir, el peatón ha de pasar de P_1 a P_2 antes de que el automóvil llegue a A_2 ” (figura 2).

También esta clarificación de las condiciones en las que el peatón decidirá pasar genera discusión: algunos señalan, razonablemente, que sería preciso ampliar el margen de seguridad (“*¡No se trata de torear al coche!*”). En cualquier caso, la reformulación del profesor permite alcanzar un consenso en torno a la necesidad de que ni el peatón ni el conductor se vean obligados a acelerar o desviarse, como expresión de que la acción del peatón no genere peligro. Ello puede concretarse en que el peatón ha de llegar a la otra acera *antes* que el coche llegue a su altura (el tiempo empleado por el peatón en realizar su movimiento ha de ser menor que el del automóvil). Se puede, pues, resolver el problema en términos de *desigualdad*, dejando así un amplio margen a las condiciones de seguridad que cada peatón puede considerar necesarias.

Una dificultad particular es la que presenta la traducción del enunciado (“¿Pasará o no el peatón?”) a una forma que implique alguna magnitud concreta (lo que hemos llamado “operativizar el problema”): se ha de saber lo que se busca. Una posible pregunta que cabe esperar que los alumnos se formulen a este respecto es la siguiente:

“¿Con qué velocidad debe pasar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?”

Se trata de una cuestión que dirige la resolución hacia el cálculo de la velocidad que ha de llevar el peatón:

“Si dicha velocidad está dentro de márgenes razonables (para el peatón en cuestión) pasará; en caso contrario se parará”.

Son posibles, sin embargo, otros enfoques y conviene solicitar un esfuerzo para concebir otras preguntas. Surgen así, por ejemplo, las siguientes:

“¿Qué velocidad máxima puede llevar el automóvil (para que el peatón pueda atravesar la calle antes de que llegue a su altura)?”. “*¿A qué distancia mínima ha de encontrarse el automóvil?”*, “*¿De cuánto tiempo dispone el peatón para pasar?”*, etcétera.

Todas estas preguntas son formas de plantear *el mismo problema* y resultará conveniente resaltarlo al analizar los resultados.

Se ha llegado de este modo a formular un problema concreto a partir de la situación problemática inicial. Conviene, por supuesto, proceder a sintetizar el trabajo realizado, es decir, solicitar dicha síntesis de los propios alumnos. No la transcribimos aquí para evitar repeticiones y pasamos, pues, a la **formulación de hipótesis** susceptibles de focalizar el problema y de orientar su resolución.

Si el problema ha quedado formulado como “¿Con qué velocidad ha de atravesar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?” las hipótesis formuladas por los distintos grupos indican que “*la velocidad mínima que ha de llevar el peatón, v_p , dependerá de (ver figura 3):*

- la velocidad del automóvil, v_A (cuanto mayor sea ésta más deprisa habrá de atravesar el peatón; obviamente, para $v_A = 0$ la velocidad del peatón puede hacerse tan pequeña como se quiera).
- la distancia inicial a que se encuentra el automóvil, d_A (cuanto mayor sea ésta, menor puede ser la velocidad del peatón).
- la anchura de la vía, d_p (cuanto mayor sea ésta más aprisa habrá de pasar el peatón; de hecho, una anchura muy grande hace impensable atravesar, a menos que la visibilidad sea excelente y permita ver el automóvil desde distancias también muy grandes).

Todo lo anterior puede esquematizarse en una expresión como:

$$v_p = f(v_A, d_A, d_p)$$

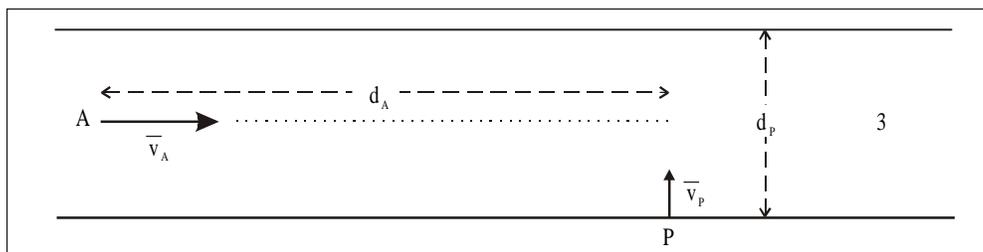


Figura 3.

Dicha expresión indica los factores de que depende la velocidad mínima a la que puede atravesar el peatón y da cualitativamente el sentido de su influencia, pero conviene evitar que estas formulaciones esquemáticas –que resultan poco significativas– sustituyan a la explicación detenida del sentido de las variaciones. Por ello insistimos, una vez más, en que no conviene descomponer esta tarea, como se hace cuando se pide, por ejemplo, “¿de qué dependerá v_p ?” para, a continuación, solicitar el sentido de las variaciones. Esto favorece las presentaciones esquemáticas, la inclusión de factores que no juegan ningún papel, etc. Es preciso, pues, cuando los estudiantes señalan algún posible factor, preguntarles por qué lo incluyen y no contentarse tampoco con formulaciones abstractas del tipo: “si v_A aumenta v_p aumentará”, sino pedir ¿qué significa eso? hasta conseguir que el enunciado sea más significativo: por ejemplo, “cuanto mayor sea la velocidad v_A a que circula el automóvil, más aprisa tendrá que pasar el peatón, es decir, mayor habrá de ser la velocidad mínima v_p que puede llevar el peatón”. Del mismo modo hay que evitar la utilización mecánica de algunos casos límites como “si v_A tiende a cero v_p tenderá a cero también” que ha de dejar paso a expresiones más significativas del tipo “si la velocidad del automóvil se hace muy pequeña (tiende a cero), la velocidad que ha de llevar el peatón puede disminuir también, es decir, la velocidad mínima v_p que ha de llevar el peatón tiende a cero... lo que no quiere decir, por supuesto, que vaya a atravesar la calle con velocidad nula”.

Podemos pasar ahora al **diseño de posibles estrategias de resolución**. Las mayores dificultades con que los alumnos tropiezan para encontrar estrategias adecuadas tienen lugar cuando no asocian esta búsqueda con lo que ya han realizado, es decir, con las hipótesis enunciadas y con el mismo análisis cualitativo de la situación. Conviene, pues, insistir explícitamente en ello, hasta que se convierta en algo “connatural” para los alumnos, pidiendo que conciben alguna(s) estrategia(s) de resolución, teniendo en cuenta la forma en que ha sido formulado el problema y las hipótesis enunciadas. Ello permite a los alumnos elaboraciones como la siguiente:

“Se trata de tener en cuenta que el tiempo tardado por el peatón en atravesar la calle (con movimiento uniforme), t_p , ha de ser menor que el t_A empleado por el automóvil en llegar a su altura (también con movimiento uniforme); es decir, se ha de cumplir que $t_p < t_A$. Basta, pues, poner dichos tiempos en función de las distancias y velocidades (constantes) respectivas, puesto que son esas las magnitudes que figuran en las hipótesis”.

Vemos así cómo las hipótesis y el análisis cualitativo en que se basan juegan un papel orientador sin el cual la búsqueda de estrategias de resolución se convierte en algo cuasi aleatorio, guiado simplemente por la necesidad de encontrar las ecuaciones que pongan en relación las incógnitas con las otras variables.

¿Qué otras estrategias pueden imaginarse? Es lógico que se piense en estrategias cinemáticas como la que acabamos de transcribir, pero ello no excluye una cierta diversidad de aproximaciones, formulando el problema de manera distinta (planteando, p.e., el cálculo de la velocidad máxima que puede llevar un automóvil para que el peatón se atreva a pasar) o utilizando un tratamiento gráfico, etcétera.

Como es lógico, los alumnos no tienen dificultad en obtener:

$$d_p/v_p < d_A/v_A \text{ y de aquí } v_p > v_A \cdot d_p/d_A$$

(si lo que se persigue es determinar la velocidad mínima que ha de llevar el peatón) o bien:

$$v_A < v_p \cdot d_A/d_p$$

(si lo que se busca es la velocidad máxima que puede llevar el coche) o bien:

$$d_p < d_A \cdot v_p/v_A$$

(si se calcula la anchura máxima que puede tener la calle, etc).

Quizá las mayores dificultades las plantee la lectura significativa de este resultado –más allá de la pura expresión matemática– evidenciándose así, una vez más, la escasa práctica en el trabajo de interpretación física. En este problema, sin embargo, dicha interpretación es sencilla y los alumnos pueden constatar, sin mayores dificultades, que “el resultado da cuenta de las hipótesis concebidas (tanto en el sentido general de las variaciones como en los casos límite concebidos). Podemos así ver que cuanto mayor sea la distancia a la que se divisa el automóvil más espacio **podrá** ir el peatón, mientras que cuanto más ancha sea la calle (o a más velocidad vaya el automóvil) más aprisa **tendrá** que ir el peatón”.

Vale la pena, sin embargo, insistir en la búsqueda de otros argumentos que permitan aceptar o rechazar dicho resultado, contrariando la tendencia a darse fácilmente por satisfechos sin mayores cuestionamientos (actitud característica del pensamiento ordinario, con el que es preciso romper). Los alumnos pueden añadir así algunas consideraciones pertinentes, como “el resultado es dimensionalmente correcto; las distancias recorridas por cada móvil son proporcionales a sus respectivas velocidades (como corresponde a movimientos uniformes), etc.”

Mayor interés puede tener solicitar una estimación numérica correspondiente a una situación real (una vía próxima al Centro escolar) para proceder, a continuación, a una contrastación experimental (o a simulaciones con ordenador).

La discusión de las estimaciones permite salir al paso de algunas suposiciones inverosímiles: considerar, p.e., que el coche lleva una velocidad de 60 m/s, o suponer que el coche se encuentra tan cerca del peatón que éste se ve obligado a batir records de velocidad. Se favorece así el entrenamiento

en la estimación y evaluación cualitativa de cantidades, a la que los científicos recurren muy frecuentemente.

La contrastación experimental –semicuantitativa– es en este caso muy simple y los grupos de alumnos obtienen valores similares y plausibles para la velocidad mínima que ha de llevar el peatón.

Puede ser interesante solicitar de los alumnos que conciben otros problemas relacionados con los que acaban de resolver, incidiendo así en un aspecto clave de la investigación científica: **las implicaciones y perspectivas del estudio realizado**. Algunas propuestas de los alumnos resultan, sin duda, de interés; por ejemplo:

“Se puede pensar en la determinación de la velocidad mínima a que se debe atravesar un semáforo”.

Ésta es una situación aún más ordinaria (¡y segura!) que la abordada aquí y por ello mismo de mayor interés práctico. La cuestión de la decisión –pasar o esperar– se mantiene y de hecho observamos con frecuencia peatones que atraviesan corriendo cuando el naranja ya se ha encendido, mientras que otros esperan hasta que el semáforo vuelve a ponerse verde. Otra situación muy similar al problema resuelto (tiene exactamente el mismo resultado) pero raramente planteada es la siguiente: *“¿Se alcanzará a los fugitivos antes de que lleguen la frontera?”.*

Si suele plantearse la situación opuesta en la que es el conductor el que ha de tomar la decisión: *“Un automobilista percibe a un peatón atravesando un paso de cebra ¿Conseguirá parar antes de atropellarlo?”.* Se plantean también situaciones como *“¿Chocarán dos automóviles que confluyen en un cruce de escasa visibilidad?”*, o bien, *“¿Arrollará el tren al automóvil que cruza el paso a nivel?”*, etcétera, etcétera.

Imaginar estas situaciones –imaginar, en definitiva, nuevos problemas– constituye, repetimos, una actividad del mayor interés y conviene que la cuestión sea planteada, allí donde sea posible.

Conviene, por último, solicitar de los alumnos una **recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento de este problema**, tanto desde el punto de vista metodológico como desde cualquier otro. Por nuestra parte destacaríamos los siguientes:

- Nos hemos referido, en primer lugar, a la conveniencia de plantear una reflexión previa acerca del interés de la situación problemática planteada (que en este caso concreto tiene claras implicaciones en aspectos de educación vial) como forma de favorecer una actitud más positiva de los alumnos y de romper con actitudes puramente escolares de “seguimiento de consignas”.
- El tipo de enunciado propuesto (¿atravesamos la calle o nos esperamos?) ha permitido enfrentar a los alumnos con la tarea –pocas veces planteada– de precisar cuál es la

magnitud a determinar, ampliando así la toma de decisiones que el paso de una situación problemática a un problema concreto conlleva. La modelización de la situación problemática ha permitido, más allá de las típicas simplificaciones, plantear opciones de interés acerca de la regulación del tráfico, del problema de la seguridad vial, etc.

- Otra singularidad de interés es la que representa una resolución en términos de desigualdad (*“la velocidad del peatón ha de ser mayor que...”*) a lo que los alumnos, en general, están poco acostumbrados.
- Hemos insistido en la formulación significativa de las hipótesis (superando la mera enumeración de factores) y en la necesidad de un cuestionamiento del resultado tan profundo como sea posible (sin conformarse con las primeras verificaciones).
- Hemos visto también la posibilidad de introducir estimaciones cualitativas y contrastaciones experimentales, que permiten ir más allá de la simple resolución de lápiz y papel y a las que conviene recurrir siempre que sea posible.
- Por último, hemos visto la posibilidad de enfrentar a los alumnos con la tarea de concebir nuevos problemas.

Referencias

- AAAS, (1989). Science for all Americans –A Project2061 Report on Literacy Goals in Science, Mathematics and Technology. *American Association for the Advancement of Science*. (Disponible también en: <http://www.aaas.orfproject2061/>).
- Becerra, C. (2004). *La enseñanza de la mecánica newtoniana con una estructura problematizada en el primer curso universitario*. Tesis Doctoral: Universidad de Alicante.
- Becerra, C.; Gras, A. y MartínezTorregrosa, J. (2004). Análisis de la resolución de problemas de Física en secundaria y primer curso universitario en Chile, *Enseñanza de las Ciencias*, **22**(2) 275-286.
- Black, P. (2001). *Physics 2000: Physics as it Enters a New Millenium*, IUPAP, Paul Black, Gordon Drake, and Leonard Jossem, eds. (En línea: <http://www.physics.ohio-state.edu/~jossem/IUPAP/P2000.pdf>).
- Bodner, G. M. y Mcmillen, T. L. (1986). Cognitive restructuring as an early stage in problem solving. *Journal of Research in Science Teaching*, **23**(8), 727-737.
- Bybee, R. (1991). Planet Earth in Crisis: How Should Science Educators Respond? *The American BiologyTeacher*, **53**(3), 146-153.
- Ceberio, M. (2004). *La resolución de problemas de Física General en la Universidad: Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de situaciones problemáticas abiertas*. Tesis Doctoral: Universidad del País Vasco.
- Chalmers, A., 1984, *La ciencia y cómo se elabora* (Siglo XXI: Madrid).
- Clement, J. (1994). Use of physical intuition and imaginistic simulation in expert problem solvin. In Tirosh, D (Ed.), *Implicit an explicit knowledge*. (Hillsdale, NJ: Ablex)
- Fernández, I., Gil, D., Vilches, A, Valdés, P., Cachapuz, A., Praia, J. y Salinas, J. (2002). La superación de las visiones deformadas de la ciencia y la tecnología: un requisito esencial para la renovación de la educación científica. *Enseñanza de las Ciencias*, **20**(3), 477-488. (En línea: http://www.unesco.cl/pagina_ciencia_02/Documentos.htm).
- Furió, C. y Reyes, J.V. (1990). O modelo de resoluçao de p problemas con

- investigação –sua aplicação à Química. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Química*, 41(II), 11-16.
- Furió, C.; Iturbe, J. y Reyes, J.V. (1995). ¿Cuánto contaminará una central térmica que funciona con fuel?. Un ejemplo de resolución de problemas como investigación. *Alambique*, 5, 27-36.
- Garritz, A. e Irazoque, G. (2004). El trabajo práctico integrado con la resolución de problemas y el aprendizaje conceptual en la química de polímeros, *Alambique*, 39, 40-51.
- Gil, D.; Dumas-Carré, A.; Caillot, M.; Martínez Torregrosa, J. y Ramírez, L. (1988a). La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación. *Investigación en la Escuela*, 6, 3-20.
- Gil, D., Dumas-Carré, A., Caillot, M. y Martínez Torregrosa, J. (1990). Paper and pencil problem solving in the physical sciences as an activity of research. *Studies in Science Education*, 18, 137-151.
- Gil, D., Furió C., Valdés P., Salinas J., Martínez-Torregrosa J., Guisasaola J., González E. Dumas-Carré A., Goffard M. y Pessoa De Carvalho A., (1999). ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio? *Enseñanza de las Ciencias*, 17(2), 311-320.
- Gil, D. y MartínezTorregrosa, J. (1983). A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5(4), 447-455.
- Gil, D. y MartínezTorregrosa, J. (1984). Problem-Solving in Physics: a critical analysis, en *Research on Physics Education: Proceedings of the First International Workshop Lalonde les Maures* Paris: Editions du CNRS.
- Gil, D. y Martínez Torregrosa, J. (1987) *La resolución de problemas de Física*. Madrid: Editorial Vicens Vives/MEC.
- Gil, D., Martínez Torregrosa, J. y Senent Peréz, F. (1988b). El fracaso en la resolución de problemas de física: Una investigación orientada por nuevos supuestos. *Enseñanza de las ciencias*, 6(2), 131-146.
- Gil, D., Martínez Torregrosa, J., Ramírez, L., Dumas-Carré, A., Goffard, M. y Pessoa, A. M. (1993). *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 7, 71-80
- Gil, D. y Vilches, A. (1999) Problemas de la educación científica en la enseñanza secundaria y la universidad: contra las evidencias, *Revista Española de Física*, 13(5) 10-15.
- Guisasaola J., Ceberio M., Almudí J.M. y Zubimendi J.L. (2002), La enseñanza de los problema-tipo en el primer curso de Ingeniería y el aprendizaje significativo de los conceptos y principios fundamentales de la Física, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 19(1), 7-28.
- Guisasaola J., Ceberio M. y Zubimendi J.L., 2003, El papel científico de las hipótesis y los razonamientos de los estudiantes universitarios en resolución de problemas de Física, *Investigações em Ensino de Ciências*, 8(1), en: <http://www.ufrgs.br/public/ensino/vol8/n1/20indice.html>.
- Gilbert, G. L. (1980). How do I get the answer? *Journal of Chemical Education*, 57, 79-81.
- Harré, R. (1986). *Varieties of realism: A rationale for the natural sciences*. (Oxford: Brasil Blackwell).
- Hayes, J. R. (1981). *The complete problem solver*. Philadelphia, The Franklin Institute Press.
- Hudgins, B. B. (1966). *Cómo enseñar a resolver problemas en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Jansweijer, W., Elshout, J.J. and Wielinga, B. (1990), On the multiplicity of learning to solve problems. In Mandl, H., de Corte, E., Bennett, N. and Friedrich, H.F., (eds.), *Learning and Instruction: European Research in an International Context*, volume 2.1, pages 127-145. Pergamon Press, Oxford.
- Krulik, S. y Rudnick, K. (1980). Problem solving in school mathematics. National council of teachers of mathematics; *Year Book*. Virginia: Reston.
- Krulik, S. y Rudnik, K. (1980). *Problem solving in school mathematics* National council of teachers of mathematics Year Book, Reston: Virginia.
- Leonard *et al.* (2002), Resolución de problemas basada en el análisis. Hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la Física, *Enseñanza de las Ciencias*, 20 (3), 387-400.
- Longbottom, J. E. y Butler, P. H. (1999); Why Teach Science? Setting Rational Goals for Science Education, *Science Education*, pp. 473-492.
- Maloney, D.P. (1994). Research on problem solving: physics. In D.L. Gabel, (Ed.), *Handbook of research on science teaching and learning* (pp. 327-354). New York: MacMillan Pub Co.
- Martínez Torregrosa, J. (1987) *La resolución de problemas de Física como investigación: un instrumento de cambio metodológico* (Tesis Doctoral: Universitat de València).
- Martínez Torregrosa, J., Domènech, J.L., Verdú, R. (1994). Del derribo de ideas al levantamiento de puentes: la epistemología de las ciencias como criterio organizador de la enseñanza de las ciencias/Física y Química, *Curriculum*, núm. 6 y 7, (Extra sobre enseñanza de las ciencias) pp. 67-89.
- Martínez Torregrosa, J., Gil D. y Martínez, B. (2003). La Universidad como nivel privilegiado para un aprendizaje como investigación orientada, en *La Universidad ante la nueva cultura educativa*, Monereo, C. y Pozo, J. I. (eds), pp. 231-244 (Síntesis: Madrid).
- National Science Education Standards (1996). *National Committee on Science Education Standards and Assessment, National Research Council*.
- (NRC) National Research Council, (2001). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*, Pellegrino, J.; Chudowsky, N. y Glaser, R. (eds.) (Washington DC: National Academy Press)
- Osborne J.F., (1996). Beyond constructivism. *Science Education*, 80(1), 53-82.
- Ramírez, L., Gil, D. y Martínez Torregrosa, J. (1994). *La resolución de problemas de Física y de Química como investigación*. Madrid: MEC.
- Reif, F., (1983). Understanding and teaching problem solving in Physics, *Recherches en Didactique* 3-53, CNRS Editions, París.
- Reif, F. (1983) Teaching problem-solving. A scientific approach, *The Physics Teacher*, may, pp. 477-47
- Reyes, J. V. (1991) *La resolución de problemas de Química como investigación: una propuesta didáctica basada en el cambio metodológico* (Tesis Doctoral: Universidad del País Vasco)
- Reyes, J. V. (2001) La resolución de problemas de Química como investigación: una propuesta didáctica basada en el cambio metodológico, en Guisasaola y Pérez de Eulate (eds.), *Investigaciones en didáctica de las ciencias experimentales basadas en el modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación orientada*, 219-278 (Universidad del País Vasco).
- Tiberghien, A.; Leonard Jossem, E. y Barojas, J. (1998). *Connecting research in physics education with teacher education*, editado por International Commission on Physics Education, editado por American Institute of Physics (ICPE).
- Verdú, R., Osuna, L. y MartínezTorregrosa, J. (2002). Enseñar y aprender en una estructura problematizada, *Alambique*, núm. 34, pp. 47-55.
- Voska, K. W. y Heikkinen, H. W. (2000) Identification and Analysis of Student Conceptions Used to Solve Chemical Equilibrium Problems, *Journal of Research in Science Teaching*, 37(2) 160-176.
- Vilches, A. y Gil-Pérez, D. (2003). *Construyamos un futuro sostenible. Diálogos de supervivencia*. Madrid: Cambridge University Press.